Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Faglig kontakt under eksamen:
Dag Wessel-Berg tlf. 73 59 13 43 / 924 48 828
Morten Dahlby tlf. 73 59 16 50 / 980 71 989

TMA4110 Matematikk 3

Bokmål
Semesterprøve tirsdag 7. oktober 2008
Tid: 08:15-09:45

Hjelpemidler: Enkel kalkulator og Rottmann.
Prøven har tre sider med totalt 10 oppgaver.
NB: Sett *ett* kryss for hver oppgave på svararket.

Oppgave 1 La $z = 2 - \mathrm{i}$ og $w = -1 + 3\mathrm{i}$. Hva er realdelen til $z\frac{\bar{w}}{w}$?

A: -1 **B:** 1 **C:** -2 **D:** 2

Oppgave 2 Hvor mange løsninger har ligningen $|z|^2 = \mathrm{i}\bar{z}$?

A: ingen **B:** 1 **C:** 2 **D:** 3

Oppgave 3 For hvilke k vil løsningene av $y'' + 2ky' + (k+1)\,y = 0$ ha uendelig mange nullpunkt?

A: $k < \frac{1}{2}\left(1 - \sqrt{5}\right)$ **B:** $\frac{1}{2}\left(1 - \sqrt{5}\right) < k < \frac{1}{2}\left(1 + \sqrt{5}\right)$
C: $k > \frac{1}{2}\left(1 + \sqrt{5}\right)$ **D:** $k = \frac{1}{2}\left(1 - \sqrt{5}\right)$ eller $k = \frac{1}{2}\left(1 + \sqrt{5}\right)$

Oppgave 4 Hva blir $y\left(\frac{\pi}{2}\right)$ for løsningen på følgende startverdiproblem?

$$\begin{aligned} y'' + y &= \sin x \\ y(0) &= 0 \\ y'(0) &= 1 \end{aligned}$$

A: $-\frac{1}{2}$ **B:** $\frac{1}{2}$ **C:** $-\frac{3}{2}$ **D:** $\frac{3}{2}$

Oppgave 5 La y_1 og y_2 være løsninger av $y'' - 2y' + y = 0$, der Wronskideterminanten til y_1 og y_2, $W(x)$, oppfyller $W(0) = 1$. Hva er $W(1)$?

A: $-\mathrm{e}^{-2}$ **B:** e^{-2} **C:** $-\mathrm{e}^{2}$ **D:** e^{2}

Oppgave 6 Hva er generell løsning av $x^2y'' - 4xy' + 6y = x^2$, $x > 0$?

A: $y = C_2x^2 + C_1x + C_0$
B: $y = -x^2 \ln x + C_1x^2 + C_2x^3$
C: $y = C_1x^3 + C_2x^2 - \ln x$
D: $y = -x^2(\ln x + 1)$

Oppgave 7 Hva er redusert echelonform (trappeform) for matrisen

$$\begin{bmatrix} 3 & 6 & -1 & -6 & -1 \\ -3 & -6 & 1 & 6 & 0 \\ -2 & -4 & 1 & 4 & 1 \end{bmatrix}?$$

A: $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -\frac{1}{3} & -2 & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

B: $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

C: $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

D: $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

Oppgave 8 For hvilke a og b har ligningssystemet

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 4 & 3 & 3 \\ 2 & 1 & b^2 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} b \\ 2b-1 \\ a+b+1 \end{bmatrix}$$

uendelig mange løsninger?

A: $(a,b) = (-1, \pm 1)$ **B:** $(a,b) = (1, \pm 1)$ **C:** $(a,b) = (\pm 1, -1)$ **D:** $(a,b) = (\pm 1, 1)$

Oppgave 9 Gitt tre kvadratiske matriser A, B og C som oppfyller

$$AB = C$$

Hva er A^{-1} uttrykt ved B og C?

A: $B^{-1}C^{-1}$ **B:** BC **C:** BC^{-1} **D:** $C^{-1}B$

Oppgave 10 Hvilke(t) utsagn er generelt riktig for (reelle) 2×2-matriser

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}?$$

1. Hvis $\det(A) = 1$ og $A = 3B$ så er $\det(B) = 9$.
2. Anta at elementene i A oppfyller

   $$c_1 a_{11} + c_2 a_{21} = 0 \quad \text{og} \quad c_1 a_{12} + c_2 a_{22} = 0,$$

   der minst en av konstantene c_1 og c_2 er ulik 0. Da er $\det(A) = 0$.

A: verken 1 eller 2 **B:** bare 1 **C:** bare 2 **D:** både 1 og 2