Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

TMA4115 Matematikk 3

Semesterprøve tirsdag 3. mars 2009
Tid: 12.15 - 13.45 (90 minutter)

Hjelpemidler: Enkel kalkulator (HP30S eller Citizen SR-270X)
Rottmann: *Matematiske formelsamling*

Oppgavearket har to sider med totalt 10 oppgaver.
Merk: Sett *ett* kryss for hver oppgave på svararket. *Ikke* skriv på oppgavearket.

Oppgave 1 Hvilket av alternativene er polarform $r(\cos\theta + i\sin\theta) = re^{i\theta}$ for

$$z = \frac{1+\sqrt{3}+i(\sqrt{3}-1)}{-1+i}?$$

A: $\sqrt{2}e^{i\frac{4\pi}{3}}$ **B:** $2e^{i\frac{4\pi}{3}}$ **C:** $2e^{i\frac{\pi}{3}}$ **D:** $\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{3}}$

Oppgave 2 Avgjør om det fins et positivt heltall n slik at $(-1+i\sqrt{3})^n$ er et reelt tall, og bestem i så fall det minste slike tallet n.

A: Ingen n **B:** $n = 3$ **C:** $n = 6$ **D:** $n = 12$

Oppgave 3 Generell løsning til $y'' + 6y' + 10y = 0$ er

A: $C_1e^{-3x}\cos 2x + C_2e^{-3x}\sin 2x$ **B:** $C_1e^{-3x}\cos x + C_2e^{-3x}\sin x$
C: $C_1e^{6x}\cos x + C_2e^{6x}\sin x$ **D:** $C_1e^{3x}\cos x + C_2e^{3x}\sin x$

Oppgave 4 Hvilken av funksjonene vil sammen med $y_1 = x$ utgjøre en basis av løsninger for

$$\left(1 - \frac{x\cos x}{\sin x}\right)y'' - xy' + y = 0, \qquad 0 < x < \pi?$$

A: $y_2 = 1$ **B:** $y_2 = 2x$ **C:** $y_2 = \sin x$ **D:** $y_2 = \cos x$

Snu arket!

Oppgave 5 Et dempet masse/fjær-system har bevegelsesligning

$$y'' + cy' + 64y = 0$$

der c er dempningskoeffisienten ($c > 0$). For hvilken verdi av c fåes kritisk dempning?

A: 4 **B:** 16 **C:** 8 **D:** 64

Oppgave 6 La $y(x)$ være løsningen av $2y'' + 2y' + 5y = 0,\ y(0) = 1,\ y'(0) = 1$. Hva er maksimal verdi for $e^{\frac{x}{2}}y(x)$?

A: 2 **B:** $\sqrt{3}$ **C:** 1 **D:** $\sqrt{2}$

Oppgave 7 Finn alle k slik at $\lim_{x\to\infty} y(x) = 0$ for alle løsninger av

$$y'' + 4y' + ky = 0.$$

A: $k > 4$ **B:** $k > 0$ **C:** $k \neq 0$ **D:** $4 \geq k \geq 0$

Oppgave 8 Hvilke betingelser må konstantene a og b tilfredstille for at det inhomogene ligningssystemet

$$\begin{aligned} x + 2y - 3z &= 1 \\ 2x + y + 3az &= 2 \\ 2x + 2z &= b \end{aligned}$$

skal ha *uendelig mange* løsninger?

A: $a \neq 0, b$ vilkårlig **B:** $a = 0, b \neq 2$ **C:** a vilkårlig, $b = 2$ **D:** $a = 0, b = 2$

Oppgave 9 Hva er redusert echelonform (trappeform) for matrisen

$$\begin{bmatrix} 6 & -1 & -6 & -1 & 3 \\ -6 & 1 & 6 & 0 & -3 \\ -4 & 1 & 4 & 1 & -2 \end{bmatrix}?$$

A: $\begin{bmatrix} 1 & -1/6 & -1 & -1/6 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ **B:** $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

C: $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ **D:** $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

Oppgave 10 Gitt at $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$. For hvilke $B = \begin{bmatrix} z & x \\ y & 0 \end{bmatrix}$ gjelder at $AB = BA$?

A: Alle B **B:** Alle B der $x = 0$ og $z = 1$

C: Alle B der $x \neq 0$ og $y = -z$ **D:** Alle B der $x = y + z = 0$