

TMA4115 MATEMATIKK 3

Semesterprøve mandag 12. mars 2007

Tid: 10.15–11.45 (90 minutter)

Hjelpemidler: Enkel kalkulator (HP30S)

Rottmann: *Matematisk formelsamling*

Prøven har to sider med totalt 10 oppgaver.

NB: Sett *ett* kryss for hver oppgave på svararket. *Ikke* skriv på oppgavearket.**Oppgave 1** Hva blir $\left(\frac{\sqrt{3}-i}{2}\right)^{18}$?**A:** $1 + i\sqrt{3}$ **B:** $1 - i\sqrt{3}$ **C:** -1 **D:** 1 **Oppgave 2** Hvor mange løsninger har ligningen $z^2 - i\bar{z} = \frac{1}{4}$?**A:** ingen**B:** en**C:** to**D:** tre eller flere**Oppgave 3** For hvilke k går løsningene på $y'' + 2ky' + y = 0$ mot null når $x \rightarrow +\infty$?**A:** $|k| \leq 1$ **B:** $|k| \geq 1$ **C:** $k > 0$ **D:** $k < 0$ **Oppgave 4** Hva er $y(2)$ til løsningen på initialverdiproblemet

$$x^2y'' - 5xy' + 8y = 0, \quad x > 0, \quad y(1) = 2, \quad y'(1) = 0?$$

A: 4**B:** -8 **C:** 12**D:** -16 **Oppgave 5** Differensialligningen $y'' + ay' + 5y = 0$ har en basis av løsninger $\{y_1(x), y_2(x)\}$. Hvilket av alternativene kan bli Wronskideterminanten $W(y_1, y_2)$, hvis $y_1(x) = e^{2x}$?**A:** ae^{ax} **B:** e^{4x} **C:** $\frac{1}{2}e^{-ax}$ **D:** e^{5x}

Oppgave 6 Finn en partikulærløsning av differensialligningen

$$4y'' + 4y' + y = 3 \cos \frac{t}{2}.$$

A: $te^{-\frac{1}{2}t}$ **B:** $\cos \frac{t}{2} + 2 \sin \frac{t}{2}$ **C:** $\frac{3}{2} \sin \frac{t}{2}$ **D:** $-3 \cos \frac{t}{2}$

Oppgave 7 Hvilket alternativ er en partikulærløsning av differensialligningen

$$y'' + 6y' + 9y = \frac{e^{-3x}}{x^2}, \quad x > 0?$$

A: $y = \frac{e^{-3x}}{x}$ **B:** $y = -e^{-3x} \ln x$ **C:** $y = \frac{2e^{-3x}}{x^2}$ **D:** $y = xe^{-3x} \ln x + x^2e^{-3x}$

Oppgave 8 Bestem redusert echelonform (redusert trappeform) for matrisen

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & -1 \\ 3 & 4 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -3 & 4 \end{bmatrix}.$$

A: $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ **B:** $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ **C:** $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -7 & 6 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ **D:** $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

Oppgave 9 Dersom matrisen A er slik at $A^2 + A + I = 0$ (hvor I er identitetsmatrisen), hva blir da A^{-1} ?

A: $2A + I$ **B:** $A + I$ **C:** $-A - I$ **D:** $A - I$

Oppgave 10 For hvilke(n) k er matrisen

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ k & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \text{ invertibel?}$$

A: $k = 0$ **B:** $k \neq 0$ **C:** $k = 1$ **D:** $k \neq 1$