

## Notat om løsning av differensialligninger i MATLAB (TMA4110)

I dette kurset ser vi på ligninger som kan løses symbolsk (løsningen kan skrives ved hjelp av elementære funksjoner). Dette kan også gjøres i MATLAB ved hjelp av **dsolve**. Her er noen veldig enkle eksempler. (Hvis det ikke fungerer på din PC sjekk at ”*Symbolic Math Toolbox*” er installert på din MATLAB, den er med i NTNU-pakken.)

### Andreordens homogene lineære differensialligninger med konstante koeffisienter

#### Eksempel 1: Finn generell løsning til ligningen $y''+y=0$

```
>> dsolve('D2y+y=0')
```

ans =

$C_1 \sin(t) + C_2 \cos(t)$

Svar:  $y(t) = C_1 \sin(t) + C_2 \cos(t)$

#### Eksempel 2: Finn generell løsning til ligningen $y''+y'+y=0$

```
>> dsolve('D2y+Dy+y=0')
```

ans =

$\exp(-1/2*t)*(C_1 \sin(1/2*3^{1/2}*t) + C_2 \cos(1/2*3^{1/2}*t))$

Svar:  $y(t) = (C_1 \sin(\sqrt{3}t/2) + C_2 \cos(\sqrt{3}t/2))e^{-1/2t}$

### Løsning av initialverdiproblem

#### Eksempel 3: Løs initialverdiproblemet $y''+y=0$ , $y(0)=2$ , $y'(0)=1$

```
>> dsolve('D2y+y=0', 'y(0)=2', 'Dy(0)=1')
```

ans =

$\sin(t) + 2 \cos(t)$

Svar:  $y(t) = \sin(t) + 2 \cos(t)$

Vi kan også tegne (plotte) løsningen i MATLAB ved å bruke for eksempel **ezplot**

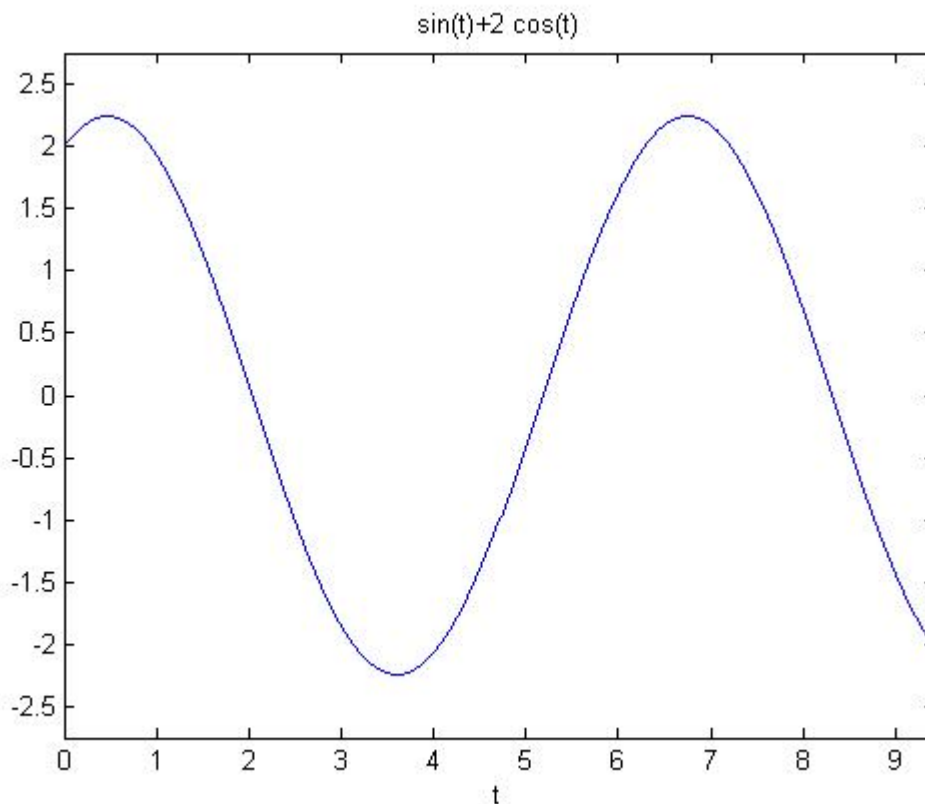
#### **Eksempel 4: Plott løsningen til initialverdiproblemet i eksempel 3**

```
>> y=dsolve('D2y+y=0', 'y(0)=2', 'Dy(0)=1')
```

y =

sin(t)+2\*cos(t)

```
>> ezplot(y,[0,3*pi])
```



På samme måte kan man løse ikke-homogene ligninger (for eksempel de som vi løser ved å bruke metoden av ubestemte koeffisienter eller variasjon av parametre).

#### **Andreordens ikke-homogene lineære differensialligninger**

**Eksempel 5: Finn generell løsning til ligningen  $y''+3y'+2y=-t^2$**

```
>> dsolve('D2y+3*Dy+2*y=-t^2')
```

ans =

$$-7/4+3/2*t-1/2*t^2-\exp(-2*t)*C_1+\exp(-t)*C_2$$

Svar:  $y(t)=-7/4+3t/2-t^2/2-C_1e^{-2t}+C_2e^{-t}$

Vi kan også finne en partikulær løsning eller den stasjonære løsningen.

**Eksempel 6: Finn den stasjonære løsningen til  $y''+2y'+y=2\cos(2t)$**

```
>> dsolve('D2y+2*Dy+2*y=2*cos(2*t)')
```

ans =

$$\exp(-t)*\sin(t)*C_2+\exp(-t)*\cos(t)*C_1+2/5*\sin(2*t)-1/5*\cos(2*t)$$

Svar:  $y(t)=-0.2\cos(2t)+0.4\sin(2t)$

**Eksempel 7: Finn en partikulær løsning til ligningen  $y''+y=\tan(t)^2$**

```
>> dsolve('D2y+y=tan(t)^2')
```

ans =

$$\sin(t)*C_2+\cos(t)*C_1-2+\sin(t)*\log((1+\sin(t))/\cos(t))$$

Svar:  $y(t)=-2+\sin(t)(\log|1/\cos(t)+\tan(t)|)$

NB: Av og til kan det være nyttig å bruke **simple** for å forenkle svar.

Noen mer kompliserte differensialligningen inkludert ikke-lineære ligninger kan løses ved hjelp av **dsolve**, men de fleste andreordens differensialligninger kan ikke løses symbolsk. I MATLAB kan likevel løses numerisk.

Vi vil anbefale studenter å se på **ode45** for å løse ligninger numerisk, prøv litt selv, begynn med en førsteordens ligning.

Les også help i MATLAB for **dsolve** og **ode45**