



- 1 I et storbyområde med konstant totalt innbyggertall bor det nå 7 millioner i sentrum og 5 millioner i forstedene. Hvert år flytter 20 % av innbyggerne i sentrum til forstedene (og 80 % forblir i sentrum), mens 10 % av de som bor i forstedene flytter inn til sentrum (og 90 %) forblir i forstedene).

Hva blir, på lang sikt, fordelingen av innbyggere mellom sentrum og forsteder?

Det oppgis at at matrisen

$$A = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.1 \\ 0.2 & 0.9 \end{bmatrix}$$

kan diagonaliseres som

$$A = PDP^{-1}$$

med

$$P = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0.7 \end{bmatrix},$$

samt at

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}.$$

- 2 I denne oppgaven skal vi se på den symmetriske matrisen

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 4 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

- Beregn det karakteriske polynomet til A (på faktorisert form)
(Det kan lønne seg å utvikle langs riktig rad/kolonne her.)
- Finn alle egenverdiene til A , med tilhørende egenvektorer.
- Skriv ned en ortogonal diagonalisering av A .
- Beregn matriseeksponensialet e^A ved å benytte diagonaliseringen fra forrige punkt