Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Forberedende kurs i lineær algebra og differensiallikninger Sommer 2017

Øving 6

1 På fredag så vi på en pendel som kunne beskrives med likningen $\ddot{\theta} + \sin(\theta) = 0$, og som kunne skrives på formen $\dot{x} = f(x)$ med $f(x_1, x_2) = (x_2, -\sin(x_1))$ om vi definerte $x_1 = \theta$ og $x_2 = \dot{\theta}$.

Om vi slipper pendelen fra en vinkel på 45° svarer det til initialdata $x^{(0)} = (\pi/4, 0)$. Benytt Eulers metode med steglengde $h = 0.2$ for å finne en approksimasjon $x^{(3)}$ av løsningen ved $t = 0.6$ (det holder å regne med, si, tre desimaler).

(Sammenlikn gjerne også energien til $x^{(0)}$ og $x^{(3)}$. For den eksakte løsningen er disse identiske.)

2 Bruk separasjon til å løse initialverdiproblemet

$$y' - t^2\sqrt{y} = 0, \qquad y(0) = 1.$$

3 Løs initialverdiproblemet

$$y' + \frac{2}{t}y = \frac{\cos(t)}{t^2}, \qquad y(\pi/2) = 0$$

ved å benytte en integrerende faktor.

4 Hva blir den generelle løsningen til likningen

$$y'' - 3y' + 2y = e^{3t}?$$

5 I forelesningen så vi på likningen

$$y'' + 2y' + 2y = -2e^{-t}\sin(t),$$

og vi prøvde partikulærløsningen

$$y_p(t) = Ate^{-t}\cos(t) + Bte^{-t}\sin(t).$$

Jeg hevdet at vi måtte velge $A = 1$ og $B = 0$ for at dette skulle være en løsning. Verifiser dette ved å sette inn $y_p(t) = te^{-t}\cos(t)$ i likningen.

(Du kan gjerne prøve å sette inn det generelle uttrykket med A og B, men det blir fort veldig grisete her!)