Kunnskap for ei betre verd

Institutt for matematiske fag

Eksamensoppgåve i **TMA4110 Matematikk 3**

Fagleg kontakt under eksamen: Øystein Skartsæterhagen og Morten Nome

Tlf: 95 92 55 96

Eksamensdato: 4. desember 2018

Eksamenstid (frå–til): 09:00–13:00

Hjelpemiddelkode/Tillatne hjelpemiddel: Ingen prenta eller handskrivne hjelpemiddel tillatne. Bestemt, enkel kalkulator tillaten. (Casio fx-82ES PLUS, Casio fx-82EX, Citizen SR-270X, Citizen SR-270X College, Hewlett Packard HP30S)

Annan informasjon:
Eksamenen består av ti oppgåver. Kvar av desse tel like mykje. Alle svar må grunngjevast.

Målform/språk: nynorsk

Sidetal: 2

Sidetal vedlegg: 0

Kontrollert av:

Informasjon om trykking av eksamensoppgåve	
Originalen er:	
1-sidig ☐	**2-sidig** ☒
svart/kvit ☒	**fargar** ☐
skal ha fleirvalskjema ☐	

Dato Sign

Merk! Studentane finn sensur i Studentweb. Har du spørsmål om sensuren må du kontakte instituttet ditt. Eksamenskontoret vil ikkje kunne svare på slike spørsmål.

Oppgåve 1 Finn alle løysingar av likningssystemet:

$$\begin{cases} x - \ \ y + 2z = 28 \\ -2x + 5y - 4z = -20 \\ -x + \ \ y - \ \ z = -10 \end{cases}$$

Oppgåve 2 Sjå på følgjande vektorar i $\mathbb{R}^3$:

$$\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 3 \\ -3 \\ -6 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 8 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 4 \\ -9 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Er vektorane $\mathbf{v}_1$, $\mathbf{v}_2$ og $\mathbf{v}_3$ lineært uavhengige? Er $\mathbf{b}$ ein lineærkombinasjon av $\mathbf{v}_1$, $\mathbf{v}_2$ og $\mathbf{v}_3$?

Oppgåve 3 Finn generell løysing av systemet

$$\begin{cases} y_1' = 7y_1 - 2y_2 \\ y_2' = 2y_1 + 2y_2 \end{cases}$$

og teikn fasediagrammet.

Oppgåve 4 Sjå på dei tre punkta

$$\begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{og} \quad \begin{bmatrix} 2 \\ 7 \end{bmatrix}$$

i $\mathbb{R}^2$.

Finn andregradspolynomet $p(x) = ax^2 + bx + c$ som går gjennom alle desse punkta.

Nytt minste kvadraters metode til å finne førstegradspolynomet $q(x) = dx + e$ som passer best til dei tre punkta.

Teikn grafene til p og q.

Oppgåve 5 Lat A vere følgjande matrise:

$$A = \begin{bmatrix} 9 & -3 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$$

Finn alle 2×2-matriser X som er løysinger av likninga $AX = XA$.

Oppgåve 6 Finn ein ortogonal basis for underrommet av $\mathbb{R}^4$ utspent av desse vektorane:

$$\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_4 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Oppgåve 7 Lat R vere følgjande matrise:

$$R = \begin{bmatrix} 1/2 & \sqrt{3}/2 \\ -\sqrt{3}/2 & 1/2 \end{bmatrix}$$

Rekn ut R^{42}.

Oppgåve 8 Lat A vere følgjande komplekse matrise:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & i & 5-3i \\ 4 & 2i & 10+2i \\ 2i & -1 & 4+6i \end{bmatrix}$$

Først: Finn ein basis for $\operatorname{Null} A$ og ein basis for $\operatorname{Col} A$.

Deretter: Finn alle vektorar $\mathbf{v}$ i $\mathbb{C}^3$ som er slik at $A\mathbf{v} = \mathbf{0}$ og $\|\mathbf{v}\| = 1$.

Oppgåve 9 Hugs at vi skriv $\mathcal{M}_2$ for vektorrommet som består av alle reelle 2×2-matriser. Definer ein funksjon $T\colon \mathcal{M}_2 \to \mathcal{M}_2$ ved

$$T(M) = M - M^\top.$$

Vis at T er ein lineærtransformasjon, og finn $\ker T$ og $\operatorname{im} T$.

Oppgåve 10 Lat A vere ei $m \times n$-matrise med lineært uavhengige kolonner, og lat B og C vere $n \times p$-matriser. Vis at dersom $AB = AC$, så er $B = C$.