Øving 1 (frist 31. august)

Oppgaver til kapittel 1

1. Hvilke av disse likningene er lineære?

a) $14x + 3y = 2x + 1 - 5z$

b) $x + 2xy + y = 1$

c) $\frac{x+y}{2} = z$

2. Lag et lineært likningssystem med to likninger og to ukjente som

a) ... har entydig løsning.

b) ... ikke har noen løsning.

c) ... har uendelig mange løsninger.

I hver deloppgave: Tegn grafene til de to likningene i systemet ditt.

3. En lineær likning med to ukjente kan tegnes som en rett linje i x–y-planet.

a) Hvordan kan vi på tilsvarende måte se for oss en lineær likning med tre ukjente?

b) Se på følgende likningssystem:

$$\begin{cases} x + y + z = 5 \\ \qquad\quad z = 3 \end{cases}$$

Tegn en figur som illustrerer løsningene av hver av disse likningene og løsningene av systemet.

Oppgaver til kapittel 2

1. Hvilke av disse matrisene er på trappeform? Hvilke av dem er på redusert trappeform?

a) $\begin{bmatrix} 1 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

d) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

2. Løs likningssystemene.

a) $\begin{cases} 2x - 4y + 9z = -38 \\ 4x - 3y + 8z = -26 \\ -2x + 4y - 2z = 17 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + 3y + 6z = 4 \\ 2x + 8y + 16z = 8 \\ 2x + 6y + 12z = 8 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + 2y - z = 1 \\ 2x + 3y - z = -1 \\ 3x + 4y - z = 1 \end{cases}$

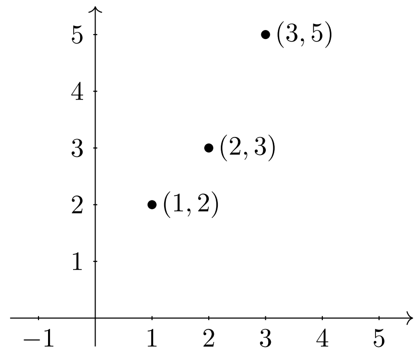
3. Er følgende to likningssystemer ekvivalente? Begrunn svaret ditt.

$$\begin{cases} x = 1 \\ x + y = 2 \\ x + y + z = 3 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = 1 \end{cases}$$

4. Er følgende to matriser radekvivalente? Begrunn svaret ditt.

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{array}\right] \qquad \left[\begin{array}{ccc|c} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{array}\right]$$

5. La $(1, 2)$, $(2, 3)$ og $(3, 5)$ være tre punkter i planet. Vi skal finne et andregradspolynom $ax^2 + bx + c$ slik at grafen går gjennom de tre punktene.



a) Sett opp et lineært likningssystem for a, b og c.

b) Løs systemet, og finn andregradspolynomet som går gjennom alle punktene.

c) Sjekk at svaret ditt i **b)** er riktig.

6. Anta at vi har et likningssystem med m likninger og n ukjente. Hvilke av de ni forskjellige tilfellene i følgende tabell er mulige?

	$m < n$	$m = n$	$m > n$
ingen løsninger			
én løsning			
uendelig mange løsninger			

7. Se på likningssystemet

$$\begin{cases} ax + by = m \\ cx + dy = n \end{cases}$$

der a, b, c, d, m og n er konstanter, og vi antar at $ad \neq bc$.

Hvor mange løsninger har systemet? Finn løsningen(e) uttrykt ved a, b, c, d, m og n.

Hint: Start med å (i) multiplisere første rad med d og andre rad med b, eller (ii) multiplisere første rad med c og andre rad med a. Ta hensyn til at noen variabler kan være null.

8. Vis at følgende påstander er sanne for alle matriser M, N og L:

a) $M \sim M$.

b) Hvis $M \sim N$, så: $N \sim M$.

c) Hvis $M \sim L$ og $L \sim N$, så: $M \sim N$.