Øving 2 (frist 7. september)

Oppgaver til kapittel 3

1. La $\mathbf{u} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$ og $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ være to vektorer i $\mathbb{R}^2$.

a) Regn ut $\mathbf{u} + \mathbf{v}$ og $\frac{1}{2}\mathbf{u} - 2\mathbf{v}$.

b) Tegn en figur som viser vektorene $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}$, $\mathbf{u} + \mathbf{v}$ og $\frac{1}{2}\mathbf{u} - 2\mathbf{v}$ i planet.

2. Skriv alle ligningssystemene fra oppgave **2.2** i øving 1 som

a) ... vektorlikninger.

b) ... matriselikninger.

3. Løs ligningen $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ for

a)

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

b)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} -3 \\ -7 \\ -3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

c)

$$A = \begin{bmatrix} 8 & -7 & 0 \\ -8 & -7 & 3 \\ -4 & 5 & -8 \\ -6 & 6 & -4 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} -3 \\ -7 \\ -3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

4. Finn ut om en vektor er en lineærkombinasjon av de andre:

a)

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$$

b)

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix}$$

5. Finn en vektor som ikke er en lineærkombinasjon av:

a)

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 5 \\ -3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 \\ 18 \\ 4 \end{bmatrix}$$

b)

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix}$$

c)

$$\begin{bmatrix} 8 \\ -8 \\ -4 \\ -6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -7 \\ -7 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ -8 \\ -4 \end{bmatrix}$$

6. Er $\begin{bmatrix} -3 \\ -7 \\ -3 \\ 0 \end{bmatrix}$ en lineærkombinasjon av vektorene i

a) ... oppgave **5. a)**?

b) ... oppgave **5. b)**?

c) ... oppgave **5. c)**?

7. Finn en tredje vektor i samme plan som disse to vektorene:

$$\begin{bmatrix} -3 \\ -7 \\ -3 \end{bmatrix} \quad \text{og} \quad \begin{bmatrix} 8 \\ -8 \\ -4 \end{bmatrix}$$

8. La $\mathbf{v}$ og $\mathbf{w}$ være disse vektorene i $\mathbb{R}^3$:

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} -3 \\ -7 \\ -3 \end{bmatrix} \quad \text{og} \quad \mathbf{w} = \begin{bmatrix} 8 \\ -8 \\ -4 \end{bmatrix}$$

Finn en vektor

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}$$

slik at $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}$ og $\mathbf{w}$ spenner ut $\mathbb{R}^3$, og løs likningen $x\mathbf{u} + y\mathbf{v} + z\mathbf{w} = 0$.

9. La p og q være følgende polynomer:

$$p(x) = x^2 + 5x - 3$$
$$q(x) = 4x^2 + 18x + 4$$

a) La s være polynomet $s(x) = x^2 + 8x + 2$. Finnes det konstanter a og b slik at

$$s(x) = a \cdot p(x) + b \cdot q(x)$$

for alle x?

b) Finn et andregradspolynom t som oppfyller følgende: For hvert andregradspolynom r skal det være mulig å finne konstanter a, b og c slik at

$$r(x) = a \cdot p(x) + b \cdot q(x) + c \cdot t(x)$$

10. La $m < n$. Kan m vektorer spenne ut $\mathbb{R}^n$?