Innlevering 6 (frist 8. november)

Oppgaver til kapittel 12

1. Bruk minste kvadraters metode på det overbestemte systemet

a) $\left[\begin{array}{cc|c} 2 & 1 & -1 \\ -3 & 1 & -2 \\ -1 & 1 & 1 \end{array}\right]$ **b)** $\left[\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & 1 & 1-i \\ i & i & -1 & 1+i \\ 0 & i & 0 & i \\ 0 & i & 1 & 1 \end{array}\right]$

2. Vi skal finne polynomer som passer til punktene

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 \\ 7 \end{bmatrix}.$$

a) Det finnes et unikt fjerdegradspolynom som går gjennom alle punktene. Sett opp et ligningssystem for koeffisientene til dette polynomet, og finn koeffisientene.

b) Det finnes ingen andregradspolynomer som går gjennom alle punktene. Bruk minste kvadraters metode til å finne koeffisientene til det annengradspolynomet som passer best.

3. Finn likevektsvektorene til de stokastiske matrisene:

a) $\begin{bmatrix} 0.8 & 0.5 \\ 0.2 & 0.5 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} 0.7 & 0.2 & 0.2 \\ 0 & 0.2 & 0.4 \\ 0.3 & 0.6 & 0.4 \end{bmatrix}$

4. Er følgende stokastiske matriser regulære?

a) $P = \begin{bmatrix} 0.2 & 1 \\ 0.8 & 0 \end{bmatrix}$

b) $Q = \begin{bmatrix} 1 & 0.2 \\ 0 & 0.8 \end{bmatrix}$

5. Temperaturen i Bymarka i løpet av vintersesongen kan enten være over, lik, eller under 0° Celsius. Trondheims skiklubb observerte de følgende svingningene i temperatur fra den ene dagen til den neste:

- Når temperaturen har vært over 0°, er det 70% sannsynlighet for at den vil være over og 10% sannsynlighet for at den vil være under 0° neste dag.

- Når temperaturen har vært lik 0°, er det 10% sannsynlighet for at den vil være over og 10% sannsynlighet for at den vil være under 0° neste dag.

- Når temperaturen har vært under 0°, er det 10% sannsynlighet for at den vil være over og 70% sannsynlighet for at den vil være under 0° neste dag.

Etter mange dager med dette mønsteret i vinter, for hvilken temperatur bør en skiløper forberede sine ski? (Gi sannsynlighetene for de tre mulige temperaturene.)

6. Vis at en regulær stokastisk 2×2-matrise

$$M = \begin{bmatrix} 1-a & b \\ a & 1-b \end{bmatrix} \text{ med } 0 < a, b < 1$$

har en unik likevektsvektor.