Anbefalte oppgaver 11

Oppgaver til kapittel 12

1. Bruk minste kvadraters metode på

a) $A = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ og $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 11 \end{bmatrix}$

b) $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ og $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} -3 \\ -1 \\ 0 \\ 2 \\ 5 \\ 1 \end{bmatrix}$

c) $A = \begin{bmatrix} 1 & i \\ i & 1 \\ 1 & -i \end{bmatrix}$ og $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ i \\ 1 \end{bmatrix}$.

2. Vi vil finne polynomer som passer til datasettet

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 9 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 28 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 \\ 65 \end{bmatrix}.$$

a) Finn polynomet $p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ med best tilpasning.

b) Ser du noe artig?

3. Finn linjen $y = ax + b$ som passer best til datapunktene $(2, 1)$, $(5, 2)$, $(7, 3)$, $(8, 3)$.

4. Finn likevektsvektorene for de stokastiske matrisene

a) $A = \begin{bmatrix} 0.6 & 0.3 \\ 0.4 & 0.7 \end{bmatrix}$

b) $B = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.5 \\ 0.9 & 0.5 \end{bmatrix}$

c) $C = \begin{bmatrix} 0.4 & 0.5 & 0.8 \\ 0 & 0.5 & 0.1 \\ 0.6 & 0 & 0.1 \end{bmatrix}$

5. Forskere vil løse klimaproblemet og tester forskjellige metoder for å transformere CO_2 i andre mindre skadelige gasser, vi kaller dem gass A og gass B. I eksperimentet endres det lukkede systemet med gassene hver dag etter det følgende mønsteret:

- 15% av gass A går over til gass B og 5% går over til CO_2, (dvs 80% av gass A forblir gass A),
- 15% av gass B går over til gass A og 5% går over til CO_2,
- mens 10% av CO_2 går over til gass A og 10% av CO_2 går over til gass B.

Forskerne begynner med en fordeling der det er like mye av alle tre gassene i systemet.

a) Finn en stokastisk matrise som beskriver systemet.

b) Finn likevektsvektoren til matrisen. Til hvilken fordeling av gassene konvergerer systemet? Spiller startfordelingen en rolle?

6. La S være $1 \times n$-matrisen med 1 i alle kolonnene, dvs $S = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix}$.

a) Forklar hvorfor en vektor $\mathbf{x}$ i $\mathbb{R}^n$ er en sannsynlighetsvektor hvis og bare hvis alle koordinatene er ikke-negative og $S\mathbf{x} = 1$.

b) La P være en stokastisk $n \times n$-matrise. Vis at $SP = S$.

c) La P være en stokastisk $n \times n$-matrise og $\mathbf{x}$ en sannsynlighetsvektor. Vis at $P\mathbf{x}$ også er en sannsynlighetsvektor.

Eksamensoppgaver

Høst 2018: Oppgave 4
Vår 2019: Oppgave 2a
Kont 2018: Oppgave 5cd
Vår 2019: Oppgave 5