Øvingsforelesning - Lineære ligningssystemer og gausseliminasjon H21

Veldig korte oppgaver (quiz)

1. Hvor mange radoperasjoner har vi?
2. Sant eller usant: Alle lineære ligningssystemer har minst én løsning.
3. Sant eller usant: Det finnes lineære ligningssystemer med nøyaktig to løsninger.
4. Hvis totalmatrisen til et system har denne trappeformen, hvor mange løsninger har systemet?
$$\left[\begin{array}{ccccc|c} 1 & 2 & 0 & 4 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$
5. Hvis totalmatrisen til et system har denne trappeformen, hvor mange frie variable har løsningsmengden?
$$\left[\begin{array}{ccccc|c} 1 & 2 & 0 & 4 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{array}\right]$$
6. Hvor mange løsninger har systemet med denne totalmatrisen?
$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$$

Korte oppgaver

1. Finn alle løsninger til systemet
$$\begin{cases} x + y + z = 4 \\ x - y + 2z = -3 \end{cases}$$
2. Finn alle løsninger til systemet
$$\begin{aligned} (1+i)x - y &= i \\ (1-i)x + (1+i)y &= 1 \end{aligned}$$

Lengre oppgaver

1. (**Eksamen høst 2018, oppgave 4**)
Se på de tre punktene

$$\begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{og} \quad \begin{bmatrix} 2 \\ 7 \end{bmatrix}$$

i $\mathbb{R}^2$.
Finn andregradspolynomet $p(x) = ax^2 + bx + c$ som går gjennom alle disse punktene.

2.(Eksamen vår 2021, oppgave 6 (omtrent))

For hvilke reelle verdier av a har ligningssystemet

$$\begin{aligned} x + z &= 0 \\ 2x + y + 4z &= 3 \\ -x + (a^2 - 2)z &= a - 1 \end{aligned}$$

ingen løsning? nøyaktig én løsning? uendelig mange løsninger?

3. Løs systemet med følgende totalmatrise, for alle forskjellige (reelle) verdier av a og b:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & a & b \end{array}\right]$$