Øvingsforelesning 3 - Vektorligninger og matriser

Oppvarmingsoppgaver

1. Sant eller usant?
Vektoren $\begin{bmatrix}3\\6\end{bmatrix}$ ligger i spennet til vektoren $\begin{bmatrix}1\\2\end{bmatrix}$.

2. Regn ut: $\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}2&2\\2&2\end{bmatrix}$.

3. Regn ut: $\begin{bmatrix}3&0\\-1&4\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$.

4. Sant eller usant?
For alle kvadratiske matriser A og B har vi at $AB = BA$.

5. Sant eller usant?
La A og B være $n \times n$-matriser. Dersom det finnes en $n \times n$-matrise C slik at $CA = CB$, så må $A = B$.

Korte oppgaver

1. Avgjør om følgende matriser er inverterbare og finn eventuelt inversmatrisen.

a) $\begin{bmatrix}1&2\\-1&3\end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix}1&2\\-2&-4\end{bmatrix}$

2. Finn en matrise A slik at $A^2 = 0$, men $A \neq 0$, der 0 er nullmatrisen.

3. Er matrisen $\begin{bmatrix}1&1\\0&1\end{bmatrix}$ radekvivalent med $\begin{bmatrix}1&0\\-1&1\end{bmatrix}$?

Lengre oppgaver

1. (Høst 2020, oppgave 8c) Gi et eksempel på en matrise A som oppfyller ligningen $A^2 + A + I = 0$, der I er 2×2 identitetsmatrisen og 0 betegner 2×2 nullmatrisen.

2. (Høst 2018, oppgave 5) La A være følgende matrise:

$$A = \begin{bmatrix}9&-3\\-3&2\end{bmatrix}.$$

Finn alle 2×2-matriser X som er løsninger av ligningen $AX = XA$.

3. (Vår 2019, oppgave 6, første del) La $p(x) = 3x^2 - 3x - 6$, $q(x) = x^2 - x - 8$ og $r(x) = 4x^2 - 9x + 3$. Avgjør om $r(x)$ kan skrives som en lineærkombinasjon av $p(x)$ og $q(x)$.
Hint: Du skal prøve å finne skalarer c_1 og c_2 slik at $r(x) = c_1 \cdot p(x) + c_2 \cdot q(x)$. Prøv å sett inn for $p(x), q(x)$ og $r(x)$ i denne ligningen og se om du kan sette opp et ligningssett med c_1 og c_2 som ukjente. Husk at hvis to polynomer skal være like, må koeffisientene foran andregradsleddene være like, koeffisientene foran førstegradsleddene må være like osv.