

Øvingsforelesning 5 - Vektorrom

1. Her er fem vektorrom:

1. Polynomer av grad ≤ 2 , altså

$$\{a_0 + a_1x + a_2x^2 \mid a_0, a_1, a_2 \in \mathbb{R}\}$$

2. Øvre triangulære 2×2 -matriser, altså

$$\left\{ \begin{bmatrix} a_0 & a_1 \\ 0 & a_2 \end{bmatrix} \mid a_0, a_1, a_2 \in \mathbb{R} \right\}$$

3. Det lineære spennet

$$\text{Sp} \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right\} \subseteq \mathbb{R}^4$$

4. Funksjoner fra \mathbb{R} til \mathbb{R} på formen

$$f(x) = a \sin x + bx^2 + ce^x,$$

der a, b, c er i \mathbb{R} .

5. Det lineære spennet

$$\text{Sp} \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right\} \subseteq \mathbb{R}^3$$

For disse fem vektorrommene:

- Hva er nullvektor?
- Gitt en vektor \mathbf{x} , hva er $-\mathbf{x}$?
- Finn en basis for vektorrommet.
- Finn en annen basis for vektorrommet.

2. Avgjør om følgende mengder er underrom.

a) Er

$$\left\{ \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \mid x = y \right\}$$

et underrom av \mathbb{R}^3 ?

b) Er

$$\left\{ \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \mid |x| = |y| \right\}$$

et underrom av \mathbb{R}^3 ?

c) Er

$$\{p(x) \in \mathcal{P}_2 \mid p'(x) = 0\}$$

et underrom av \mathcal{P}_2 ?

3. Finn en basis for nullrommet til matrisen

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

4. Finn en basis for kolonnerommet til

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 3 & 4 \\ 2 & 2 & 5 & 7 \end{bmatrix}.$$