# Øvingsforelesning til 11 - Diagonalisering

## Oppvarming og oppsummering

**1.** La $A$ være en $n \times n$-matrise. En egenvektor for $A$ er

- det samme som nullvektoren
- noe jeg tar medisin mot
- en veldig nyttig vektor for å forstå hvordan $A$ virker på vektorer

**2.** En diagonalmatrise er

- en matrise der alle elementene på diagonalen er lik 0
- en matrise der alle elementene er lik 1
- en $n \times n$-matrise der alle elementene som ikke står på diagonalen er lik 0

**3.** Diagonalisering er en metode som

- bare fokusserer på diagonalen i koordinatsystemet
- jeg nå hører om for første gang
- hjelper oss å forstå hvordan lineærtransformasjoner virker

**4.** Hvis $\mathbf{u}$ er egenvektor til egenverdi 2 og $\mathbf{v}$ egenvektor til egenverdi 3 for en matrise $A$, så er $\mathbf{u}$ og $\mathbf{v}$

- lineært avhengige
- lineært uavhengige
- like
- kjedelige

**5.** La $A$ være en $n \times n$-matrise. Vi kan sjekke om $A$ er diagonaliserbar ved

- å se på elementene på diagonalen i $A$
- å prøve å finne $n$ lineært uavhengige egenvektorer for $A$
- å beregne determinanten til $A$
- å teste om $A$ er inverterbar

## Korte oppgaver

**1.** Vi vil finne ut om matrisen

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

er diagonaliserbar.

Her er fremgangsmåten:

**a)** Finn egenverdiene til $A$.

**b)** Finn tilhørende egenvektorer.

**c)** Avgjør om $A$ er diagonaliserbar.

**d)** Finn en diagonalmatrise $D$ og en inverterbar matrise $P$ slik at $A = P \cdot D \cdot P^{-1}$.

**2.** Er matrisen $A$ diagonaliserbar?

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 1 \\ 0 & 1 & 7 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix}$$

- Ja
- Nei
- Det kan vi ikke avgjøre

**3.** La $A$ være en $3 \times 3$-matrise med egenverdiene 1 og $-2$. Anta at vi vet at begge egenrommene er éndimensjonalt. Er matrisen $A$ diagonaliserbar?

- Ja
- Nei
- Det kan vi ikke avgjøre

**4.** La $A$ være en $4 \times 4$-matrise med egenverdiene 1, $-2$, 4. Anta at vi vet at dimensjonen til egenrommet til 4 er to. Er matrisen $A$ diagonaliserbar?

- Ja
- Nei
- Det kan vi ikke avgjøre

## Lengre oppgaver

**1.** Vi vil finne ut om matrisen

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

er diagonaliserbar.

Her er fremgangsmåten en gang til:

**a)** Finn egenverdiene. (De er $\lambda_1 = 5$ og $\lambda_2 = -1$.)

**b)** Finn tilhørende egenvektorer.

**c)** Avgjør om $A$ er diagonaliserbar.

**d)** Finn en diagonalmatrise $D$ og en inverterbar matrise $P$ slik at $A = P \cdot D \cdot P^{-1}$.

**2.** Er matrisen $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ diagonaliserbar?

Du kjenner oppskriften for hvordan man sjekker det, ikke sant?

**3.** Er matrisen $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ diagonaliserbar?

**4.** Anta vi vet at $2 \times 2$-matrisen $A$ har egenverdi 2 med egenvektor $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ og egenverdi 3 med egenvektor $\begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}$. Kan vi finne $A$?

**5.** Vi ser på matrisen

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 2a & b & a \\ 10 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

For hvilke reelle tall $a$ og $b$ er $A$ diagonaliserbar?