Øvingsforelesning 13 - Repetisjon

Spørsmål og oppgaver

1. (Vår 2016, oppgave 1b)) Finn alle komplekse tall z slik at $z^3 = 8i$ og tegn dem i det komplekse planet.

2. (Prøveeksamen Vår 2021, oppgave 9) Hvilken av følgende påstander er riktig? For en $n \times n$-matrise A har vi

- $\det(A) = 0$ medfører at $\text{rank}(A) = 0$
- $\det(A) = 0$ er ekvivalent med at $\text{rank}(A) \leq 1$
- $\det(A) = 0$ er ekvivalent med at $\text{rank}(A) \leq n-1$
- $\det(A) = 0$ er ekvivalent med at $\text{rank}(A) \geq n-1$
- $\det(A) = 0$ medfører at $\text{rank}(A) = n$

3. (Vår 2020, oppgave 13) La $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ være lineærtransformasjonen som speiler en vektor om x-aksen. Hva er egenverdiene til T?

- T har ingen egenverdier
- 1 og 0
- ± 1
- 1 og 0 og -1
- $\pm i$

4. (Vår 2016, oppgave 4)

La $\mathbf{u} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \end{bmatrix}$ og $\mathbf{w} = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ -1 \end{bmatrix}$ være vektorer i $\mathbb{R}^3$.

a) Skriv vektoren $\mathbf{p} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ -10 \end{bmatrix}$ som en lineærkombinasjon av $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}$, og $\mathbf{w}$.

b) Kan man skrive vektoren $\mathbf{q} = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix}$ som en lineærkombinasjon av $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}$, og $\mathbf{w}$?

c) Er $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}$, $\mathbf{w}$ lineært uavhengige?

5. (Kont 2021, oppgave 6)

La a være et reelt tall og

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 0 \\ 3 & a & 6-a \end{bmatrix}.$$

a) Finnes det reelle verdier for a slik at A er inverterbar? I så fall, hvilke?

b) Finn en basis for $\text{Col}(A)$, for alle verdier av a.

c) Hva er dimensjonen til $\text{Null}(A)$, for alle verdier av a?

d) Finnes det en $\mathbf{b}$ slik at $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ har ingen/en unik/uendelig mange løsninger? Diskuter alle alternativene.

6. (Prøveeksamen Vår 2021, oppgave 14) La $\mathcal{P}$ være vektorrommet bestående av polynomer med reelle koeffisienter. Vi ser på indreproduktet $\langle \cdot, \cdot \rangle : \mathcal{P} \times \mathcal{P} \to \mathbb{R}$ gitt ved

$$\langle p(x), q(x) \rangle = \int_{-1}^{1} p(t)q(t)dt.$$

a) Finn projeksjonen av polynomet $p(x) = x^3$ ned på underrommet av $\mathcal{P}$ bestående av polynomer av grad mindre enn eller lik 1.

b) La $\mathcal{P}_2$ være underrommet av $\mathcal{P}$ bestående av polynomer av grad mindre enn eller lik 2. Finn et reelt tall t slik at basisen $\mathscr{B} = (1, x, x^2 - t)$ er ortogonal med hensyn til indreproduktet beskrevet over (du trenger ikke vise at $\mathscr{B}$ er en basis for alle reelle tall t).

7. (Vår 2020, oppgave 36) En løsning av

$$y'' - y' + 4y = 0$$

tilfredsstiller $y(0) = 0$ og $y(1) = 1$. Hva er $y(1)$?