



Faglig kontakt under eksamen:

EKSAMEN I TMA4110/15 MATEMATIKK 3  
Bokmål  
17. august 2011  
Kl. 9-13

Hjelpemidler (kode C): Enkel kalkulator (HP30S eller Citizen SR-270X)  
Rottman: *Matematisk formelsamling*

Sensur: september 2011

*Alle svar skal begrunnes, og det skal gå klart frem hvordan svarene er oppnådd.*

**Oppgave 1** Finn alle komplekse tall  $z$  slik at  $\operatorname{Im}(-z + i) = (z + i)^2$ . Tegn løsningene på en figur.

**Oppgave 2**

a) Løs initialverdiproblemet

$$y'' - 7y' + 12y = 0, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 1.$$

b) Finn generell løsning til ligningen

$$y'' - 7y' + 12y = 50 \cos 3x - 2xe^{3x}.$$

**Oppgave 3** Se på ligningen

$$xy'' - y' + 4x^3y = 0$$

a) Vis at  $y_1(x) = \sin(x^2)$  er en løsning.

b) Finn en annen løsning  $y_2(x)$  slik at  $y_1$  og  $y_2$  er lineært uavhengig.

**Oppgave 4** La

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 6 & 2 & 5 \\ -2 & 3 & -3 & -3 & -4 \\ 4 & -6 & 9 & 5 & 9 \\ -2 & 3 & 3 & -4 & 1 \end{bmatrix}.$$

- a) Finn en basis for nullrommet  $\text{Null}(A)$  og en basis for radrommet  $\text{Row}(A)$ .
- b) Finn en basis for kolonnerommet (søylerommet)  $\text{Col}(A)$ . Hva er  $\text{rang}(A)$ ?

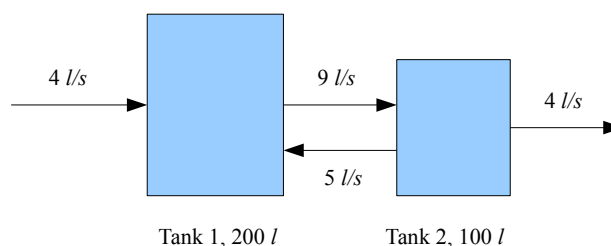
**Oppgave 5** La

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & a \\ 3 & 7 & b \\ 2 & 9 & c \end{bmatrix}$$

- a) For hvilke tall  $a, b, c$  er  $A$  en invertibel matrise?
- b) Finn tall  $a, b, c$  slik at  $A^{-1}$  er en heltallsmatrise.

**Oppgave 6**

Figuren viser to tanker, tank 1 som inneholder 200 liter og tank 2 som inneholder 100 liter saltvann. Inn i tank 1 strømmer det rent vann med en rate 4 liter pr. sekund. Mellom tankene og ut av tank 2 strømmer saltoppløsning som vist på figuren. Tankene blir rørt slik at det hele tiden er jevn konsentrasjon av salt.



- a) Finn et system av differensial-  
ligninger som bestemmer saltmengdene  $y_1(t)$  og  $y_2(t)$  i henholdvis tank 1 og tank 2.
- b) Bestem  $y_1(t)$  og  $y_2(t)$  hvis i starten ( $t = 0$ ) tank 1 inneholder 100 gram salt og tank 2 inneholder 200 gram salt.

**Oppgave 7** La  $A$  og  $B$  være kvadratiske ( $n \times n$ )-matriser og anta at  $AB$  er invertibel. Vis at da er også  $A$  invertibel.