Konvolusjon

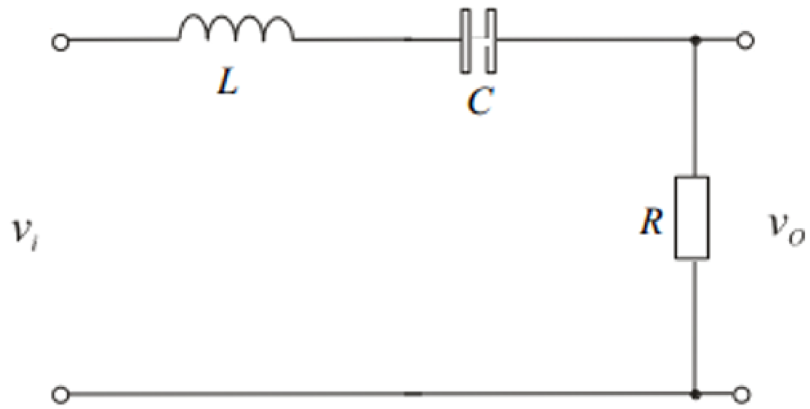
Dette er siste uke med fokus på integraltransformer, og i den sammenheng skal vi se på den litt mystiske operasjonen ”konvolusjon”. Dette er en operasjon mellom to funksjoner, $h(t)$, $x(t)$, og som gir ut en ny funksjon (fortsatt av t). Konvolusjon er definert slik:

$$(h * x)(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) \cdot x(t - \tau) d\tau$$

Dette er som nevnt ganske mystiske greier. Målet for denne uken er å forstå hvorfor dersom $x(t)$ er et opptak av stemmen din og $h(t)$ er et opptak av en pistol som går av i nidarosdomen så vil $(h * x)(t)$ være lyden av din stemme i nidarosdomen.

Oppgaver

$\boxed{1}$ Under er en krets.



Bytt ut hver komponent med sine ekvivalenter i s-planet, slik som vi gjorde i ert-2-2.

Finn forholdet mellom $V_o(s)$ og $V_i(s)$.

Dette forholdet har vi sett er viktig da det gjelder uansett hva input er for noe. Forholdet ga oss altså en måte å forutse hvordan output kom til å se ut for en gitt input-funksjon. Dette forholdet kalles ”transferfunksjonen” til systemet, og betegnes ofte $V_o(s) = H(s)V_i(s)$. Vi skal nå se hvordan dette egentlig er noe dere er kjent med fra før av.

$\boxed{2}$ Basert på transferfunksjonen $V_o(s) = H(s)V_i(s)$ du fant i oppgave 1, gjør følgende:

a) Sett inn $s = j\omega$ og finn $V_o(j\omega) = H(j\omega)V_i(j\omega)$

b) Finn $V_o(j\omega)$ dersom $v_i(t) = \delta(t)$

Så dersom input-signalet er delta-pulsen så får vi transferfunksjonen som utsignal. Hadde vi tatt invers-Fourier på dette signalet for å få $h(t)$ hadde vi fått "impuls-responsen" til systemet. Impulsresponsen og transferfunksjonen forteller oss noe om systemets iboende egenskaper.

$\boxed{3}$ Finn $|H(j\omega)|$. Velg $c = L = 1, R = 2$ og plott $|H(j\omega)|$ som en funksjon av ω. Klarer du å si noe kvalitativt om kretsens oppførsel?

Og som vi har sett tidligere så lar transferfunksjonen oss enkelt beregne hvordan responsen til et system ser ut for et gitt input-signal.

$\boxed{4}$ Anta at $v_i(t) = e^{-|t|} \implies V_i(j\omega) = \frac{2}{\omega^2+1}$ blir påtrykt denne kretsen. Husk at $V_o(j\omega) = H(j\omega)V_i(j\omega)$. Klarer du å finne $v_o(t)$? ;-)