

Institutt for matematiske fag

Eksamensoppgave i **TMA4111 Matematikk 3 for MTELSYS - TEST I**

Faglig kontakt under eksamen: Morten Andreas Nome

Tlf:

Eksamensdato:

Eksamenstid (fra–til): 09:00 - 13:00

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: Ingen hjelpemidler tillatt.

Annen informasjon:

Denne eksamenen består av 10 delpunkt som alle teller like mye. Alle svar skal begrunnes, og veien til svaret er viktigere enn svaret. Husk derfor å skrive alle steg i beregningene dine. Lykke til.

Målform/språk: bokmål

Antall sider: 2

Antall sider vedlegg: 0

Kontrollert av:

Informasjon om trykking av eksamensoppgave

Originalen er:

1-sidig ☐ **2-sidig** ☒

sort/hvit ☒ **farger** ☐

skal ha flervalgskjema ☐

Dato

Sign

Oppgave 1 Beregn

$$\int_{\Gamma} \mathbf{F} \cdot ds$$

der

$$\mathbf{F}(z_1, z_2, z_3) = \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 + \sin z_3 \end{pmatrix}$$

og Γ er en glatt kurve som starter i $(1, 1, 1)$ og slutter i $(0, 0, 0)$.

Oppgave 2 Et vektorfelt er gitt ved

$$\mathbf{F}(x_1, x_2) = \begin{pmatrix} x_1 \\ (x_1 + x_2)^2 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

og et annet ved

$$\mathbf{G}(z_1, z_2, z_3) = \begin{pmatrix} -z_1 - z_2 \\ z_1 + z_2 + z_3 \end{pmatrix}$$

a) Finn jacobimatrisen til $\mathbf{H}(\mathbf{z}) = \mathbf{F}(\mathbf{G}(\mathbf{z}))$.

b) Finn

$$\iint_{\partial\Omega} \mathbf{H} \cdot dS$$

der Ω er cylinderen gitt av $z_1^2 + z_2^2 \leq 1$ og $0 \leq z_3 \leq 1$.

Oppgave 3 Finn den største og minste verdien til $f(x, y) = x^2 - xy + y^2$ på kvadratet gitt ved ulikhetene $0 \leq x \leq 1$ og $0 \leq y \leq 1$.

Oppgave 4 Regn ut fouriertransformen til

$$f(t) = \begin{cases} 1 - |t| & |t| \leq 1 \\ 0 & |t| > 1 \end{cases}$$

Oppgave 5 En kule med radius 2, sentrert i origo, har massetetthet gitt ved $f(x, y) = 10 + xy$. Finn massen.

Oppgave 6 Det elektriske feltet fra en punktladning q plassert i origo er

$$\mathbf{E}(\mathbf{x}) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\mathbf{x}}{\|\mathbf{x}\|^3},$$

der $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)$.

- a) Vis at $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$ så lenge $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$.
- b) Vis at $\nabla \times \mathbf{E} = \mathbf{0}$ så lenge $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$.
- c) Finn arbeidet feltet gjør på en annen partikkel med ladning q som beveger seg fra punktet $(1, 1, 1)$ til $(1, 2, 3)$.
- d) Regn ut utfluksen til det elektriske feltet gjennom enhetskuleskallet, altså

$$\iint_{\partial\Omega} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S}$$

der Ω er enhetskulen.