

Institutt for matematiske fag

Eksamensoppgave i TMA4111 Matematikk 3 for MTELSYS - TEST II

Faglig kontakt under eksamen: Morten Andreas Nome

Tlf:

Eksamensdato:

Eksamenstid (fra–til): 09:00 - 13:00

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: Ingen hjelpemidler tillatt.

Annen informasjon:

Denne eksamenen består av 10 delpunkt som alle teller like mye. Alle svar skal begrunnes, og veien til svaret er viktigere enn svaret. Husk derfor å skrive alle steg i beregningene dine. Lykke til.

Målform/språk: bokmål

Antall sider: 2

Antall sider vedlegg: 0

Kontrollert av:

Informasjon om trykking av eksamensoppgave

Originalen er:

1-sidig ☐ **2-sidig** ☒

sort/hvit ☒ **farger** ☐

skal ha flervalgskjema ☐

Dato

Sign

Oppgave 1 En flate er parametrisert ved funksjonen $\mathbf{F} : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^3$ gitt ved

$$\mathbf{F}(x, y) = \begin{bmatrix} x \\ y \\ x^{3/2} \end{bmatrix}$$

Finn overflatearealet.

Oppgave 2 La u være enhetssprangfunksjonen

$$u(t - a) = \begin{cases} 0 & \text{for } t < a \\ 1 & \text{for } t \geq a \end{cases}$$

a) Vis at laplacetransformen er

$$\mathcal{L}(u(t - a)) = \frac{e^{-as}}{s}.$$

b) Løs initialverdiproblemet

$$y''(t) + y(t) = u(t - 1) \quad y(0) = y'(0) = 0$$

og skisser løsningen.

c) Skisser funksjonen $h(t) = -u(x + 1) + 2u(x) - u(x - 1)$, og finn dennes fouriertransform.

Oppgave 3 Finn enhetstangentvektoren til skjæringskurven mellom flatene $z = x^2 + y^2$ og $z = 2x + 2y$.

Oppgave 4 Beregn lengden til kurven gitt ved

$$\mathbf{z}(t) = (\cos t, \sin t, \pi^2 - t^2)$$

fra $t = -\pi$ til $t = \pi$.

(Hint: $\int \sqrt{1 + t^2} dt = \frac{1}{2}t\sqrt{1 + t^2} + \frac{1}{2} \ln |t + \sqrt{1 + t^2}|$.)

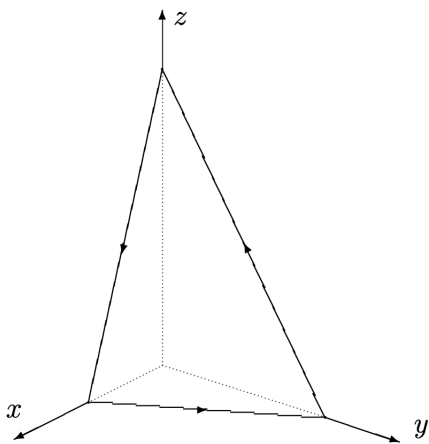
Oppgave 5 Finn og skisser nivåkurvene til flaten gitt ved $z = 4x^2 + 8x + 5y^2 - 10y + 9$.

Oppgave 6 Finn den største og den minste verdien skalarfeltet

$$f(x, y) = 3x^2 + y^2 - y$$

oppnår på sirkelskiva $x^2 + y^2 \leq 4$.

Oppgave 7 Et legeme $\mathcal{T} \in \mathbb{R}^3$ i første oktant er begrenset av koordinatplanene (altså x_1 -planet, x_2 -planet og x_3 -planet) og et skrått plan som skjærer koordinat-aksene i $(1, 0, 0)$, $(0, 2, 0)$ og $(0, 0, 3)$. La $\mathcal{C}$ være skjæringskurven mellom det skrå planet og koordinatplanene.



En funksjon $\mathbf{F} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ er gitt ved

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

- a) Beregn $\mathbf{F}$ sin totale fluks ut av $\mathcal{T}$.
- b) Beregn arbeidet gjør på en partikkel som reiser en gang rundt kurven $\mathcal{C}$.