

Institutt for matematiske fag

Eksamensoppgave i **TMA4111 Matematikk 3 for MTELSYS**

Faglig kontakt under eksamen: Morten Andreas Nome

Tlf: 90849783

Eksamensdato: 18.01.2022

Eksamenstid (fra–til): 09:00 - 13:00

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: E: Ingen hjelpemidler tillatt.

Annen informasjon:

Denne eksamenen består av 10 delpunkt som alle teller like mye. Alle svar skal begrunnes, og veien til svaret er viktigere enn svaret. Husk derfor å skrive alle steg i beregningene dine. Lykke til.

Målform/språk: bokmål

Antall sider: 2

Antall sider vedlegg: 0

Kontrollert av:

Informasjon om trykking av eksamensoppgave

Originalen er:

1-sidig ☐ **2-sidig** ☒

sort/hvit ☒ **farger** ☐

skal ha flervalgskjema ☐

Dato

Sign

Oppgave 1 Finn laplacetransformen til $x : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ gitt ved

$$x(t) = \begin{cases} 0 & t < \pi \\ \cos t & t \geq \pi \end{cases}$$

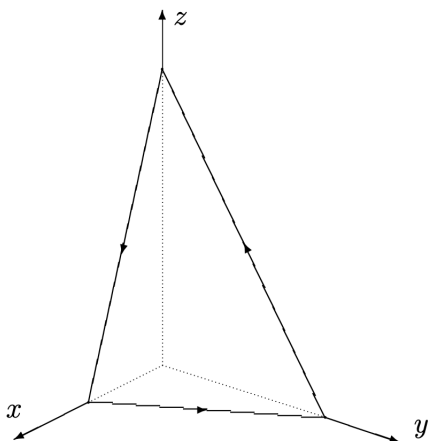
Oppgave 2 Beregn lengden til kurven $\mathbf{z}(t) = (\cos t, \sin t, t)$ fra 0 til 2π .

Oppgave 3 Skisser nivåkurvene til flaten gitt ved $z = 4x^2 + 5y^2$.

Oppgave 4 Finn og klassifiser de kritiske punktene til

$$f(x, y) = x^2 + xy + y^2 - x - y.$$

Oppgave 5 Et legeme $\mathcal{T} \in \mathbb{R}^3$ i første oktant er begrenset av koordinatplanene (altså x_1 -planet, x_2 -planet og x_3 -planet) og et skrått plan som skjærer koordinat-aksene i $(1, 0, 0)$, $(0, 2, 0)$ og $(0, 0, 3)$. La $\mathcal{C}$ være skjæringskurven mellom det skrå planet og koordinatplanene.



En funksjon $\mathbf{F} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ er gitt ved

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} -x_2 \\ x_1 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

- a) Beregn $\mathbf{F}$ sin totale fluks ut av $\mathcal{T}$.
- b) Beregn arbeidet $\mathbf{F}$ gjør på en partikkel som reiser en gang rundt kurven $\mathcal{C}$.
(Du kan selv velge om partikkelen skal reise med eller mot klokken.)

Oppgave 6 Det elektriske feltet fra en punktladning q plassert i origo er

$$\mathbf{E}(\mathbf{x}) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\mathbf{x}}{\|\mathbf{x}\|^3},$$

der $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)$.

- a) Vis at $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$ så lenge $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$.
- b) Regn ut utfluksen til det elektriske feltet gjennom enhetskuleskallet, altså

$$\iint_{\partial\Omega} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S}$$

der Ω er enhetskulen.

Oppgave 7 Finn fouriertransformen til $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ gitt ved

$$f(t) = e^{-a|t|}$$

der $a > 0$.

Oppgave 8 Vi har to kuleskall, et med likning $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ og et med likning $x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 1$. Finn volumet av området i $\mathbb{R}^3$ som ligger på innsiden av begge.