Vektorrommet $\mathbb{R}^n$ og underrom

Det n-dimensjonale rommet $\mathbb{R}^n$ er mengden av alle n-tupler $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ av reelle tall.

Vi kaller n-tuplene for punkter eller vektorer, og de blir også skrevet som kolonnevektorer:

$$\mathbf{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_n) = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$$

Underrom

Et underrom i $\mathbb{R}^n$ er en delmengde W i $\mathbb{R}^n$ som er lukket under addisjon og multiplikasjon med skalar. Det vil si,

(1) hvis $\mathbf{u}$ og $\mathbf{v}$ er vektorer i W, så er $\mathbf{u}+\mathbf{v}$ også i W, og

(2) hvis $\mathbf{u}$ er i W og c er en skalar, så er vektoren $c\mathbf{u}$ også i W.

Teorem

Hvis A er en $m \times n$-matrise, så er løsningsmengden W til det homogene systemet

$$A\mathbf{x} = \mathbf{0}$$

(m ligninger med n ukjente) et underrom i $\mathbb{R}^n$. $W = \text{Null}(A)$, nullrommet til A.