

Eigenverdier og egenvektorer

La A være en $n \times n$ -matrise.

En vektor $\mathbf{v} \neq \mathbf{0}$ er en **eigenvektor** for A hvis $A\mathbf{v}$ er et skalart multiplum av \mathbf{v} ,

$$A\mathbf{v} = \lambda\mathbf{v} \quad \text{for et reelt tall } \lambda.$$

Tallet (skalaren) λ er en **eigenverdi** for A , og vektoren \mathbf{v} er en tilhørende egenvektor.

Teorem

Et reelt tall λ er en eigenverdi for A hvis og bare hvis

$$\det(A - \lambda I) = 0.$$

Ligningen $\det(A - \lambda I) = 0$ er en n -tegradsligning i λ , kalt den karakteristiske ligningen til A .

Å finne eigenverdier og egenvektorer:

- (1) Finn eigenverdiene til A ved å løse den karakteristiske ligningen $\det(A - \lambda I) = 0$.
- (2) Finn, for *hver* eigenverdi λ , de tilhørende egenvektorene ved å løse systemet $(A - \lambda I)\mathbf{v} = \mathbf{0}$.

Løsningsmengden til systemet $(A - \lambda I)\mathbf{v} = \mathbf{0}$ er **eigenrommet** til A assosiert med eigenverdien λ . Det består av nullvektoren og alle egenvektorene som tilhører eigenverdien λ .