

Diagonalisering av matriser

To $n \times n$ -matriser A og B er **similære** hvis det fins en inverterbar matrise P slik at $B = P^{-1}AP$.

En $n \times n$ -matrise A sies å være **diagonaliserbar** hvis den er similær med en diagonalmatrise D .

Teorem

En $n \times n$ -matrise A er diagonaliserbar hvis og bare hvis den har n lineært uavhengige egenvektorer.

Hvis A er diagonaliserbar, $A = PDP^{-1}$, så er kolonnene til P lineært uavhengige egenvektorer for A , og D er diagonalmatrisen med de tilhørende egenverdiene på diagonalen. P er egenvektormatrise, og D er egenverdimatrise for A .

Teorem

Hvis v_1, v_2, \dots, v_k er k egenvektorer for A , og de tilhører *distinkte* egenverdier $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k$, så er de k egenvektorene lineært uavhengige. Følgelig, hvis en $n \times n$ -matrise A har n distinkte egenverdier, så er A diagonaliserbar.

Hvis A er en diagonaliserbar matrise, $A = PDP^{-1}$, så kan vi regne ut potenser A^k av A ved å bruke formelen

$$A^k = PD^kP^{-1}.$$