Ortogonale vektorer

Cauchy-Schwarz ulikhet

Hvis $\mathbf{u}$ og $\mathbf{v}$ er vektorer i $\mathbb{R}^n$, så vil

$$|\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}| \leq |\mathbf{u}||\mathbf{v}|.$$

To vektorer sies å være ortogonale dersom $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = 0$.

Det ortogonale komplement

Det ortogonale komplement $V^\perp$ til et underrom V av $\mathbb{R}^n$ er mengde av alle vektorer i $\mathbb{R}^n$ som er ortogonale til underrommet V.

Teorem

Hvis A er en $m \times n$ matrise, så er Row(A) og Null (A) ortogonale komplement i $\mathbb{R}^n$, $V = \mathrm{Row}(A)$ og $V^\perp = \mathrm{Null}(A)$.

Hvis V og $V^\perp$ er underrom i $\mathbb{R}^n$, så er

$$\mathrm{dim} V + \mathrm{dim} V^\perp = n.$$

Teorem:

Egenskaper til det ortogonale komplement

La V være et underrom i $\mathbb{R}^n$. Da gjelder

(i) V's ortogonale komplement $V^\perp$ er også et underrom i $\mathbb{R}^n$.

(ii) Eneste vektor som er i både V og $V^\perp$ er nullvektoren.

(iii) Det ortogonale komplement til $V^\perp$ er V, $(V^\perp)^\perp = V$.

(iv) La S være mengden som utspenner V, da er vektoren $\mathbf{u}$ i $V^\perp$ hvis og bare hvis $\mathbf{u}$ er ortogonal til hver vektor i S.