Lineære systemer

System med m ligninger og n ukjente

$$\begin{aligned}
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n &= b_1 \\
a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n &= b_2 \\
&\vdots \\
a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n &= b_m
\end{aligned}$$

Koeffisientmatrise

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Element: alle tall a_{ij}
Rad: horisontalt
Kolonne: vertikalt
Størrelse: ant. rader $\times$ ant. kolonner

Utvidet koeffisientmatrise

$$[A \ \ \mathbf{b}], \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix}$$

Elementære radoperasjoner

1) cR_p

2) SWAP(R_p, R_q)

3) $(c)R_p + R_q$, NB R_p uendret, R_q endres

Definisjon: Echelon matrise

En matrise E er en echelon matrise hvis den oppfyller følgende to betingelser:

1) Alle rader i E som består av kun 0'er, ligger nederst i matrisa.

2) Første element ulik null i hver rad, ligger strikt til høyre for første element ulik null i raden over.

$$\begin{pmatrix} * & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ 0 & * & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ 0 & 0 & 0 & * & a_{35} \end{pmatrix}$$

$*$ kalles lederelementer, variablene som tilsvarer lederelementene kalles ledervariabler, og de andre kalles frie variable.