Multiplikasjon og divisjon på polarform

$$
\begin{aligned}
z_1 &= r_1(\cos\theta_1 + i\sin\theta_1) = r_1 e^{i\theta_1},\\
z_2 &= r_2(\cos\theta_2 + i\sin\theta_2) = r_2 e^{i\theta_2}\\
z_1 z_2 &= r_1 r_2\big((\cos(\theta_1+\theta_2) + i\sin(\theta_1+\theta_2)\big)\\
&= r_1 r_2 e^{i(\theta_1+\theta_2)}\\
\frac{z_1}{z_2} &= \frac{r_1}{r_2}\big(\cos(\theta_1-\theta_2) + i\sin(\theta_1-\theta_2)\big)\\
&= \frac{r_1}{r_2} e^{i(\theta_1-\theta_2)}
\end{aligned}
$$

De Moivres formel

$$(\cos\theta + i\sin\theta)^n = \cos n\theta + i\sin n\theta$$

Røtter

Ligningen $w^n = z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ har n løsninger:

$$
\begin{aligned}
w_k = \sqrt[n]{z} &= \sqrt[n]{r}\Big(\cos\frac{\theta+2k\pi}{n} + i\sin\frac{\theta+2k\pi}{n}\Big)\\
&= \sqrt[n]{r}e^{i(\theta+2k\pi)/n} \qquad k = 0, 1, ..., n-1
\end{aligned}
$$

De n røttene w_0, w_1, ..., w_{n-1} ligger på en sirkel med radius $\sqrt[n]{r}$ og senter i origo, og utgjør hjørnene i en regulær n-kant.