Definisjon av vektorrom

La V være en mengde av vektorer hvor vektoraddisjon og multiplikasjon med skalerer er definert (hvis $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ er i V og c skalar, så er $\mathbf{u} + \mathbf{v}$ i V og $c\mathbf{u}$ i V). V kalles et vektorrom dersom følgende betingelser er oppfylt:

(a) $\mathbf{u} + \mathbf{v} = \mathbf{v} + \mathbf{u}$

(b) $\mathbf{u} + (\mathbf{v} + \mathbf{w}) = (\mathbf{u} + \mathbf{v}) + \mathbf{w}$

(c) $\mathbf{u} + 0 = 0 + \mathbf{u} = \mathbf{u}$

(d) $\mathbf{u} + (-\mathbf{u}) = (-\mathbf{u}) + \mathbf{u} = 0$

(e) $a(\mathbf{u} + \mathbf{v}) = a\mathbf{u} + a\mathbf{v}$

(f) $(a + b)\mathbf{u} = a\mathbf{u} + b\mathbf{u}$

(g) $a(b\mathbf{u}) = (ab)\mathbf{u}$

(h) $1\mathbf{u} = \mathbf{u}$

for alle vektorer $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}$ i V og alle skalerer a og b.

Underrom

Definisjon: La W være en ikketom delmengde av et vektorrom V. W kalles et underrom av V dersom W selv er et vektorrom med de samme operasjonene som i V.

Teorem 1

En ikketom delmengde W av et vektorrom er et underrom hvis og bare hvis $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in W$ og c skalar $\Rightarrow \mathbf{u} + \mathbf{v} \in W$ and $c\mathbf{u} \in W$.

Teorem 2

Hvis A er en $m \times n$ matrise, så er løsningsmengden til det homogene, lineære systemet

$$A\mathbf{x} = \mathbf{0}$$

et underrom av $\mathbb{R}^n$.