Diagonalisering av matriser

To $n \times n$ matriser A og B er similære dersom det fins en inverterbar matrise P slik at $B = P^{-1}AP$.

En $n \times n$ matrise A er diagonaliserbar dersom den er similær til en diagonalmatrise D.

For en diagonaliserbar matrise $A = PDP^{-1}$, så er P en matrise hvor egenvektorene til A er kolonnevektorer, og D er diagonalmatrisen med de tilhørende egenverdiene på diagonalen.

Teorem
En $n \times n$ matrise A er diagonaliserbar hvis og bare hvis den har n lineært uavhengige egenvektorer.

Teorem
Anta at egenvektorene $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \cdots, \mathbf{v}_k$ tilhører distinkte egenverdier $\lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_k$. Da er disse k egenvektorene lineært uavhengige.

Hvis A er en diagonaliserbar matrise, $A = PDP^{-1}$, så er

$$A^k = PD^kP^{-1}.$$