Radrom, kolonnerom og nullrom

La A være en $m \times n$ matrise og E echelonmatrisen som fremkommer ved Gausseliminasjon av A.

Radrommet til A

Row(A) er underrommet i $\mathbb{R}^n$ utspent av radvektorene til A. Ikkenullradene til E danner en basis for Row(A).

Kolonnerommet til A

Col(A) er underrommet i $\mathbb{R}^m$ utspent av kolonnevektorene til A. Kolonnene i A som svarer til pivotkolonnene i E danner en basis for Col(A).

Nullrommet til A

Null(A) er løsningsrommet til det homogene systemet $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$. Hvis systemet har k frie variabler, blir generell løsning på formen $\mathbf{x} = t_1\mathbf{v}_1 + t_2\mathbf{v}_2 + \cdots + t_k\mathbf{v}_k$, og $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \cdots, \mathbf{v}_k\}$ danner en basis for Null(A).

Dimensjoner

dim Row$(A) =$ dim Col(A) $\quad$ (rangen til A)

rang$(A) +$ dim Null$(A) = n$ $\quad$ (A er $m \times n$)

Inhomogene lineære system

$$A\mathbf{x} = \mathbf{b} \tag{*}$$

er konsistent hvis og bare bare hvis $\mathbf{b}$ er i Col(A). Hvis $\mathbf{x}_0$ er én løsning av (*), og $\{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \cdots, \mathbf{x}_k\}$ er en basis for Null(A), så er alle løsningene til (*) på formen

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_0 + t_1\mathbf{x}_1 + t_2\mathbf{x}_2 + \cdots + t_k\mathbf{x}_k.$$