

TMA4110 MATEMATIKK 3

Semesterprøve onsdag 10. oktober 2007

Tid: 0815–0945 (90 minutter)

Hjelpemidler: Enkel kalkulator (HP30S)

Rottmann: *Matematisk formelsamling*

Prøven har to sider med totalt 10 oppgaver.

**NB:** Sett *ett* kryss for hver oppgave på svararket. *Ikke* skriv på oppgavearket.

**Oppgave 1** Bestem imaginærdelen til produktet  $z_1 z_2$  der  $z_1 = e^{(7\pi/12)i}$  og  $z_2 = 2e^{(\pi/6)i}$ .

**A:**  $-\sqrt{2}$                       **B:**  $\sqrt{2}$                       **C:**  $-\sqrt{3}$                       **D:**  $\sqrt{3}$

**Oppgave 2** Mengden av komplekse tall  $z = x + iy$  som oppfyller  $z^2 + \bar{z}^2 = 2$  er

**A:** en rett linje.   **B:** en sirkel med radius 1.   **C:** en hyperbel.   **D:** en sirkel med radius  $\sqrt{2}$ .

**Oppgave 3** Hvilket av alternativene er en generell løsning av ligningen

$$y'' + (\pi^2 + 1)y = 2y'?$$

**A:**  $y = e^{-x} (c_1 \cos \pi x + c_2 \sin \pi x)$                       **B:**  $y = e^{\pi x} (c_1 \cos x + c_2 \sin x)$   
**C:**  $y = e^x (c_1 \cos \pi x + c_2 \sin \pi x)$                       **D:**  $y = e^{-\pi x} (c_1 \cos x + c_2 \sin x)$

**Oppgave 4** For hvilket alternativ vil  $y_1 = x$  og  $y_2 = uy_1$  være en basis for løsningene av

$$x^2 y'' - x(x+2)y' + (x+2)y = 0, \quad x > 0?$$

**A:**  $u = e^x$                       **B:**  $u = \ln x$                       **C:**  $u = xe^x$                       **D:**  $u = \frac{\ln x}{x}$

**Oppgave 5** Hva blir  $y(2)$  for løsningen av initialverdiproblemet

$$x^2 y'' - 4xy' + 4y = 0, \quad y(1) = 0, \quad y'(1) = 3?$$

**A:** 12                      **B:** 14                      **C:** 16                      **D:** 18

**Oppgave 6** Hva må konstanten  $a$  være hvis ligningen

$$y'' - 7y' + ay = xe^x$$

skal ha en partikulær løsning på formen  $y_p = (Ax^2 + Bx)e^x$  med  $A \neq 0$ ?

**A:**  $a = 1$                       **B:**  $a = 2$                       **C:**  $a = 3$                       **D:**  $a = 6$

**Oppgave 7** Et masse-fjærssystem uten demping har bevegelsesligning

$$2y'' + ky = 0.6 \cos 0.6t$$

der  $k$  er fjærkonstanten. For hvilken verdi av  $k$  blir det resonans?

**A:**  $k = 0.12$                       **B:**  $k = 0.36$                       **C:**  $k = 0.60$                       **D:**  $k = 0.72$

**Oppgave 8** Ligningssystemet

$$\begin{aligned} x + y + z &= b \\ y - z &= 1 \\ x - y + z &= 1 \\ 2x + y + 3z &= b \end{aligned}$$

er konsistent for én enkelt  $b$ -verdi og har da entydig løsning  $x = x_0$ ,  $y = y_0$ ,  $z = z_0$ . Bestem  $z_0$ .

**A:**  $z_0 = 2$                       **B:**  $z_0 = 1$                       **C:**  $z_0 = 0$                       **D:**  $z_0 = -1$

**Oppgave 9** Bestem første kolonne i matrisen  $B$  dersom

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{og} \quad AB = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 3 & -9 & 6 \end{bmatrix}.$$

**A:**  $\begin{bmatrix} -3 \\ -1 \end{bmatrix}$                       **B:**  $\begin{bmatrix} -15 \\ -8 \end{bmatrix}$                       **C:**  $\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$                       **D:**  $\begin{bmatrix} -7 \\ 11 \end{bmatrix}$

**Oppgave 10** Hvilke(t) utsagn er generelt riktig for en  $2 \times 2$ -matrise  $A$ ?

- (1) Hvis  $A^2 = \theta$ , så er  $\det(A) = 0$ .
- (2) Hvis  $\det(A) = 1$ , så er  $\det(2A) = 2$ .

**A:** verken (1) eller (2)                      **B:** bare (1)                      **C:** bare (2)                      **D:** både (1) og (2)