

## TMA4115 MATEMATIKK 3

Semesterprøve fredag 7. mars 2008

Tid: 10.15–11.45 (90 minutter)

Hjelpemidler: Enkel kalkulator (HP30S)

Rottmann: *Matematisk formelsamling*

Prøven har to sider med totalt 10 oppgaver.

**NB:** Sett *ett* kryss for hver oppgave på svararket. *Ikke* skriv på oppgavearket.

**Oppgave 1** Bestem imaginærdelen til det komplekse tallet

$$z = \left( \frac{1+i}{1-i} \right)^3.$$

**A:**  $-1$                       **B:**  $1$                       **C:**  $-2$                       **D:**  $2$

**Oppgave 2** Avgjør om det fins et helt tall  $n > 0$  slik at  $(\sqrt{3} + i)^n$  er et reelt tall, og bestem i så fall det minste slike tallet  $n$ .

**A:** ingen  $n$                       **B:**  $n = 3$                       **C:**  $n = 6$                       **D:**  $n = 12$

**Oppgave 3** Hva er  $y(0)$  til løsningen på initialverdiproblemet

$$2y'' + 18y = 12y', \quad y(1) = 1, \quad y'(1) = 0?$$

**A:**  $e^3$                       **B:**  $4e^2$                       **C:**  $1$                       **D:**  $4e^{-3}$

**Oppgave 4** Euler-Cauchyligningen

$$x^2 y'' - 3xy' = 0$$

har en basis  $\{y_1, y_2\}$  på formen  $y_1 = x^{m_1}$  og  $y_2 = x^{m_2}$  der  $m_1 < m_2$ . Hva blir Wronskideterminanten  $W(y_1, y_2)$ ?

**A:**  $4x^3$                       **B:**  $5x^4$                       **C:**  $3x^2$                       **D:**  $4x^{-1}$

**Oppgave 5** Et masse-fjærsystem har bevegelsesligning

$$my'' + 4y' + 4y = 0.$$

For hvilke verdier av  $m$  vil systemet være underdempet?

**A:**  $m > 1/4$       **B:**  $m < 1$       **C:**  $m \geq 1$       **D:**  $m > 1$

**Oppgave 6** Anta at  $p$  og  $q$  er funksjoner som er slik at  $y = c_1 + c_2 \cos x$  er en generell løsning av ligningen  $y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$ . Hvilket av alternativene er da en partikulær løsning av den inhomogene ligningen

$$y'' + p(x)y' + q(x)y = \sin x ?$$

**A:**  $x \sin x + x$       **B:**  $\sin x - x \cos x$       **C:**  $1 + \sin x$       **D:**  $1 + \cos x$

**Oppgave 7** Hva er redusert echelonform for matrisen

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} ?$$

**A:**  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$       **B:**  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$       **C:**  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$       **D:**  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

**Oppgave 8** Gitt  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ 0 & c \end{bmatrix}$  der  $b \neq 0$ . For hvilke  $D = \begin{bmatrix} d_1 & 0 \\ 0 & d_2 \end{bmatrix}$  gjelder  $AD = DA$ ?

**A:** alle  $D$       **B:** alle  $D$  der  $d_2 = d_1$       **C:** alle  $D$  der  $d_2 = \pm d_1$       **D:** bare  $D = \theta$  og  $D = I$

**Oppgave 9** Hvis

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & -1 \\ 3 & -7 & 4 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix},$$

hva er da determinanten til  $A^{-1}$ ?

**A:** 6      **B:** 4      **C:** 1/6      **D:** 1/4

**Oppgave 10** Hvilke(t) utsagn er generelt riktig for (reelle)  $2 \times 2$ -matriser

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} ?$$

(1) Hvis elementene på hoveddiagonalen er 1 ( $a_{11} = a_{22} = 1$ ), så er  $A$  inverterbar.

(2) Elementene  $a_{11}$ ,  $a_{12}$ ,  $a_{21}$  og  $a_{22}$  kan velges slik at  $\det(A^T A) = -1$ .

**A:** verken (1) eller (2)      **B:** bare (1)      **C:** bare (2)      **D:** både (1) og (2)