Andreordens differensiallikninger

En *lineær andreordens differensiallikning* er en likning på formen

$$y'' + py' + qy = g,$$

der

— p, q og g er gitte funksjoner av en variabel t,

— y er en ukjent funksjon av t.

Likningen

— er *homogen* hvis $g = 0$.

— har *konstante koeffisienter* hvis p og q er konstanter.

Lineær avhengighet og uavhengighet

To funksjoner u og v er *lineært avhengige* på et intervall I hvis det finnes en konstant C slik at

$$\begin{aligned} u(t) &= C \cdot v(t) \quad \text{for alle } t \in I, \text{ eller} \\ v(t) &= C \cdot u(t) \quad \text{for alle } t \in I. \end{aligned}$$

Hvis funksjonene ikke er lineært avhengige, kalles de *lineært uavhengige*.

Eksempel

- $\sin t$ og $\cos t$ er lineært uavhengige.
- $2t^2$ og $-5t^2$ er lineært avhengige.

Wronskideterminanten

Anta at både y_1 og y_2 er løsninger av den homogene likningen

$$y'' + py' + qy = 0.$$

— Funksjonen $W = y_1 \cdot y_2' - y_1' \cdot y_2$ kalles *wronskideterminanten* til y_1 og y_2.

— Hvis y_1 og y_2 er lineært avhengige på et intervall I, så er $W(t) = 0$ for alle $t \in I$.

— Hvis y_1 og y_2 er lineært uavhengige på et intervall I, så er $W(t) \neq 0$ for alle $t \in I$.

Alle løsninger av en homogen likning

Anta at både y_1 og y_2 er løsninger av den homogene likningen

$$y'' + py' + qy = 0,$$

og at de er lineært uavhengige. Da er enhver løsning av likningen på formen

$$y = C_1 y_1 + C_2 y_2,$$

der C_1 og C_2 er konstanter.