Vektorer

Kolonnevektor: $\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix} = (u_1, u_2, \ldots, u_n)$

Radvektor: $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} v_1 & v_2 & \cdots & v_n \end{bmatrix}$

$\mathbb{R}^n$ = mengden av alle kolonnevektorer med n tall

Addisjon og skalarmultiplikasjon

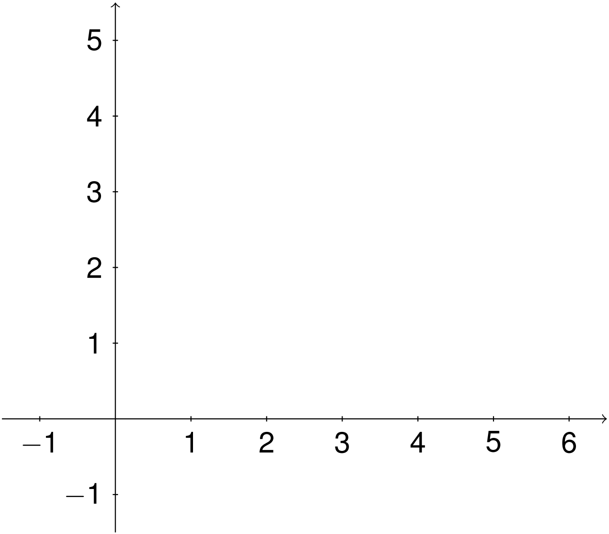
$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 + v_1 \\ u_2 + v_2 \\ \vdots \\ u_n + v_n \end{bmatrix}$$

$$c \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c \cdot u_1 \\ c \cdot u_2 \\ \vdots \\ c \cdot u_n \end{bmatrix}$$

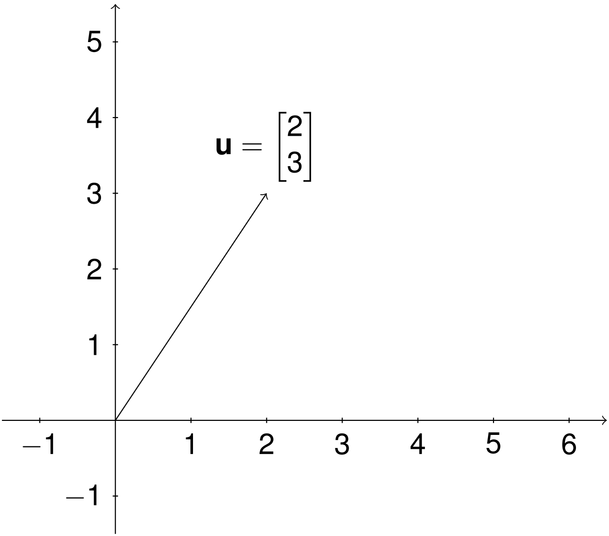
Regneregler for vektorer

1. $\mathbf{u} + \mathbf{v} = \mathbf{v} + \mathbf{u}$
2. $(\mathbf{u} + \mathbf{v}) + \mathbf{w} = \mathbf{u} + (\mathbf{v} + \mathbf{w})$
3. $\mathbf{u} + \mathbf{0} = \mathbf{u}$
4. $\mathbf{u} + (-\mathbf{u}) = \mathbf{0}$
5. $c \cdot (\mathbf{u} + \mathbf{v}) = c \cdot \mathbf{u} + c \cdot \mathbf{v}$
6. $(c + d) \cdot \mathbf{u} = c \cdot \mathbf{u} + d \cdot \mathbf{u}$
7. $(cd) \cdot \mathbf{u} = c \cdot (d \cdot \mathbf{u})$
8. $1 \cdot \mathbf{u} = \mathbf{u}$

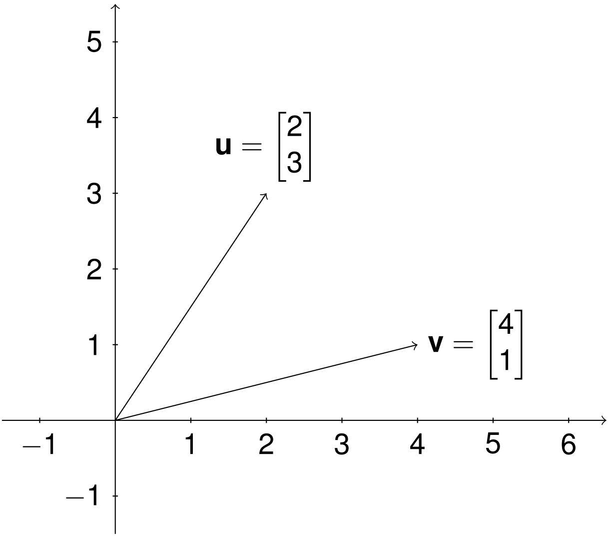
Eksempel: Vektorer i $\mathbb{R}^2$



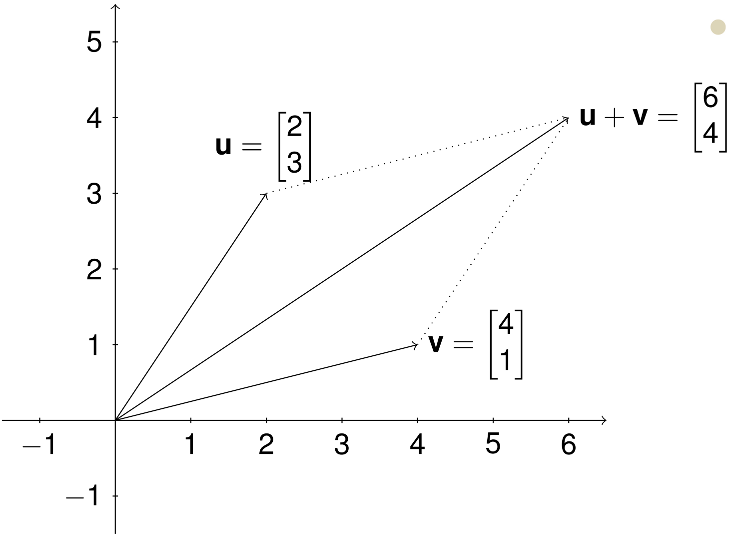
Eksempel: Vektorer i $\mathbb{R}^2$



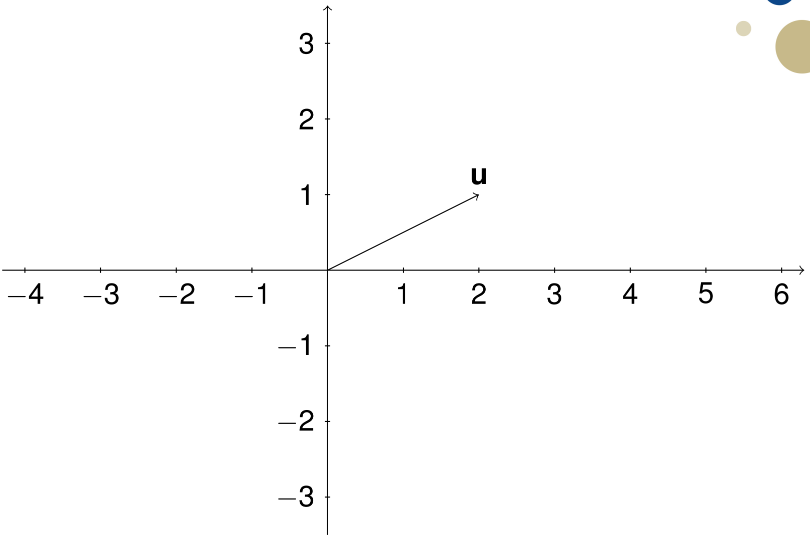
Eksempel: Vektorer i $\mathbb{R}^2$



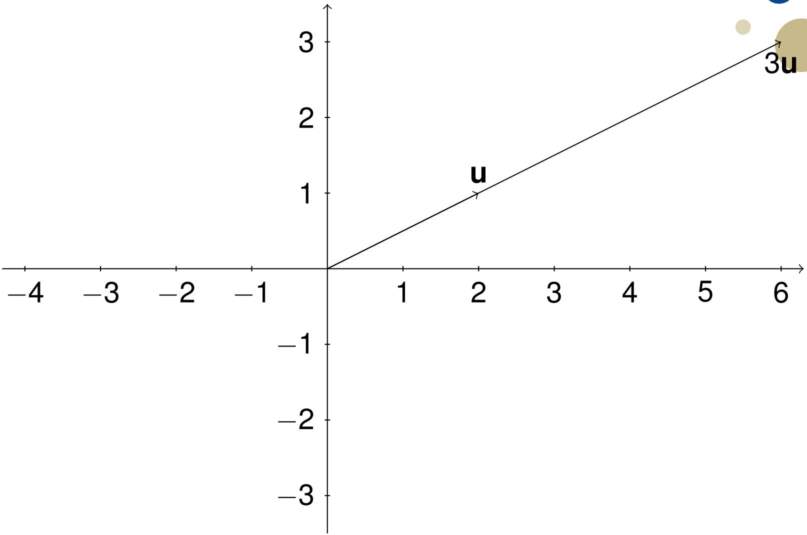
Eksempel: Vektorer i $\mathbb{R}^2$



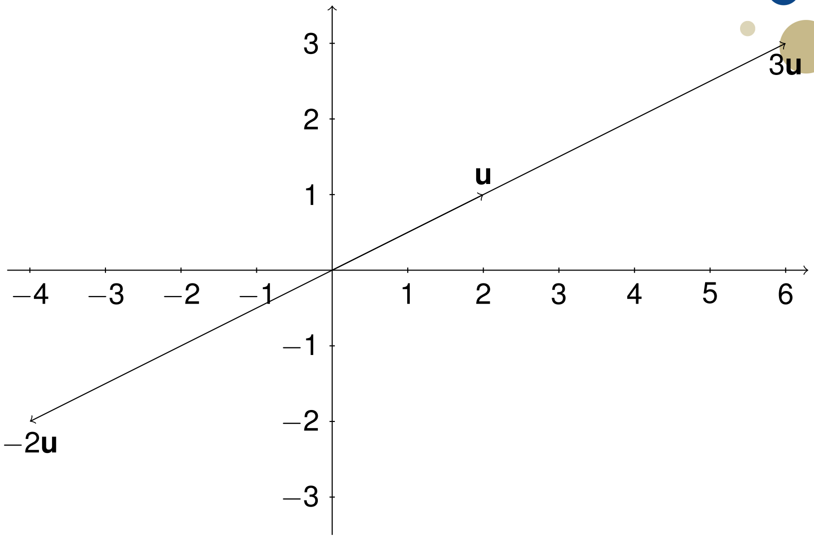
Eksempel: Vektorer i $\mathbb{R}^2$



Eksempel: Vektorer i $\mathbb{R}^2$



Eksempel: Vektorer i $\mathbb{R}^2$



Lineærkombinasjoner

Lineærkombinasjon av vektorene $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \ldots, \mathbf{v}_t$:

$$c_1 \cdot \mathbf{v}_1 + c_2 \cdot \mathbf{v}_2 + \cdots + c_t \cdot \mathbf{v}_t$$

(der $c_1, c_2, \ldots, c_t$ er reelle tall)

Vektorlikninger

Vektorlikning:

$$x_1 \cdot \mathbf{a}_1 + x_2 \cdot \mathbf{a}_2 + \cdots + x_t \cdot \mathbf{a}_t = \mathbf{b}$$

At likningen har løsning er det samme som at **b** kan skrives som en lineærkombinasjon av $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \ldots, \mathbf{a}_t$.

Eksempel: Vektorlikning

Vektorlikning: $x_1 \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ -5 \end{bmatrix} + x_2 \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \\ -3 \end{bmatrix}$

Eksempel: Vektorlikning

Vektorlikning: $x_1 \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ -5 \end{bmatrix} + x_2 \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \\ -3 \end{bmatrix}$

Ekvivalent likningssystem: $\begin{aligned} x_1 + 2x_2 &= 7 \\ -2x_1 + 5x_2 &= 4 \\ -5x_1 + 6x_2 &= -3 \end{aligned}$

Eksempel: Vektorlikning

Vektorlikning: $x_1 \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ -5 \end{bmatrix} + x_2 \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \\ -3 \end{bmatrix}$

Ekvivalent likningssystem: $\begin{aligned} x_1 + 2x_2 &= 7 \\ -2x_1 + 5x_2 &= 4 \\ -5x_1 + 6x_2 &= -3 \end{aligned}$

Totalmatrise: $\left[\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 7 \\ -2 & 5 & 4 \\ -5 & 6 & -3 \end{array}\right]$

Eksempel: Vektorlikning

Vektorlikning: $x_1 \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ -5 \end{bmatrix} + x_2 \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \\ -3 \end{bmatrix}$

Ekvivalent likningssystem: $\begin{aligned} x_1 + 2x_2 &= 7 \\ -2x_1 + 5x_2 &= 4 \\ -5x_1 + 6x_2 &= -3 \end{aligned}$

Totalmatrise: $\left[\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 7 \\ -2 & 5 & 4 \\ -5 & 6 & -3 \end{array}\right]$

Løses med gausseliminasjon.

Mengde utspent av vektorer

$\text{Span}\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \ldots, \mathbf{v}_t\}$ = mengden av alle lin.komb. av $\mathbf{v}_1$, $\mathbf{v}_2$, ..., $\mathbf{v}_t$

Vi sier at $\text{Span}\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \ldots, \mathbf{v}_t\}$ er mengden som er *utspent* (eller *generert*) av vektorene $\mathbf{v}_1$, $\mathbf{v}_2$, ..., $\mathbf{v}_t$.

Dagens pensum

1.3 *Vector equations*, s. 40–48