Kunnskap for en bedre verden

Institutt for matematiske fag

Eksamensoppgave i **TMA4110 Matematikk 3 – EKSEMPEL 1**

Faglig kontakt under eksamen: Spør på mattelab hvis du lurer på noe

Tlf: Nei

Eksamensdato: Når du vil

Eksamenstid (fra–til): Fire timer

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: Ingen trykte eller håndskrevne hjelpemidler tillatt. Bestemt, enkel kalkulator tillatt. (Casio fx-82ES PLUS, Casio fx-82EX, Citizen SR-270X, Citizen SR-270X College, Hewlett Packard HP30S)

Annen informasjon:
Eksamenen består av ti oppgaver Hver av disse teller like mye. Alle svar må begrunnes.

Merk. Dette er ikke en virkelig eksamen, men et eksempel for å vise hvordan en eksamen kan se ut. Hvis du ikke har nok godkjente øvinger, kan du levere svar på disse oppgavene som en ekstra øving.

Målform/språk: bokmål

Antall sider: 2

Antall sider vedlegg: 0

Kontrollert av:

Informasjon om trykking av eksamensoppgave	
Originalen er:	
1-sidig ☐	**2-sidig** ☒
sort/hvit ☒	**farger** ☐
skal ha flervalgskjema ☐	

Dato Sign

Oppgave 1 Finn alle løsninger av likningen $\begin{bmatrix} 0 & 2 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & -13 \\ 1 & 3 & 6 & -4 \end{bmatrix} \mathbf{x} = \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \\ 9 \end{bmatrix}$.

Oppgave 2 La $\mathbf{u} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$ og $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ være vektorer i $\mathbb{R}^2$.

La $\mathbf{u}_1$ være den ortogonale projeksjonen av $\mathbf{u}$ på $\mathbf{v}$. Regn ut $\mathbf{u}_1$, og finn en vektor $\mathbf{u}_2$ slik at $\mathbf{u} = \mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_2$.

Tegn $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}$, $\mathbf{u}_1$ og $\mathbf{u}_2$ i samme koordinatsystem.

Oppgave 3 Løs følgende system av differensiallikninger:

$$\begin{bmatrix} 4 & 0 & -16 \\ 0 & 2 & 0 \\ -3 & 0 & 6 \end{bmatrix} \mathbf{y} = \mathbf{y}'$$

Oppgave 4 Beregn determinanten $\begin{vmatrix} 3 & 1-i & i & 4 \\ 3 & 1 & 1-2i & 4+7i \\ 6i & 2+2i & -2 & 3i \\ -3 & -1+i & 1 & 3-4i \end{vmatrix}$.

Oppgave 5 Finn en 3×3-matrise som har egenverdier 3 og -2, med tilhørende egenrom henholdsvis

$$\mathrm{Sp}\left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -3 \end{bmatrix} \right\} \quad \text{og} \quad \mathrm{Sp}\left\{ \begin{bmatrix} -2 \\ -4 \\ 8 \end{bmatrix} \right\}.$$

Oppgave 6 Finn en ortogonal basis for kolonnerommet til matrisen $\begin{bmatrix} 1 & 5 & 5 \\ 2 & 8 & 6 \\ -1 & 3 & 11 \end{bmatrix}$.

Oppgave 7 La $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 4 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. Finn en matrise B slik at $AB = I_2$.

Oppgave 8 La $T\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ være en lineærtransformasjon, og la $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}$ og $\mathbf{w}$ være vektorer i $\mathbb{R}^n$. Vis at hvis $T(\mathbf{u})$, $T(\mathbf{v})$ og $T(\mathbf{w})$ er lineært uavhengige, så er $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}$ og $\mathbf{w}$ også lineært uavhengige.

Oppgave 9 Husk at vi skriver $\mathcal{M}_2$ for vektorrommet som består av alle 2×2-matriser. La U være mengden av alle symmetriske 2×2-matriser. Vis at U er et underrom av $\mathcal{M}_2$. Finn en basis for U. Hva er dimensjonen til $\mathcal{M}_2$, og hva er dimensjonen til U?

Oppgave 10 La A være en $m \times n$-matrise med rang r. Vis at det finnes en $m \times r$-matrise B og en $r \times n$-matrise C slik at $A = BC$.