Øving 2

Oppgaver til kapittel 2

1. Beregn og merk av i det komplekse planet

a) $(1+2i)^2$

b) $(1+2i)^3$

c) $(1+2i)^7$

d) $(1+2i)\cdot(1+3i)$

e) $(1+2i)\cdot(1-2i)$

f) $\frac{1+2i}{1+3i}$

g) $\frac{5}{-3+4i}$

h) $\left(\frac{2+i}{3-2i}\right)^2$

2. Løs ligningene

a) $z^2 - z + 5 = 0$

b) $z^3 = 2i$

c) $z^4 = 2$

d) $z^5 = 2 + 2i$

3. La $z = a + bi$. Finn real- og imaginærdelen til

a) z^4

b) $\frac{1}{z}$

c) $\frac{z-1}{z+1}$

d) $\frac{1}{z^2}$

4. La $z = re^{i\theta}$, og gjenta oppgaven over.

5. Vis at

$$|z+w|^2 + |z-w|^2 = 2|z|^2 + 2|w|^2$$

for alle komplekse tall z og w.

6. Jeg sa du skulle pugge binomialteoremet!

a) Finn alle løsninger av likningen

$$z^3 - 3z^2 + 3z - 1 = 0.$$

Skissér løsningene i det komplekse planet.

b) Finn alle løsninger av likningen

$$z^3 - 3z^2 + 3z - 2 = 0$$

ved å bruke svaret du fant i **a)**. Skissér løsningene i det komplekse planet.

7. Vis at dersom koeffisentene a_i i polynomligningen

$$a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + ... + a_1 z + a_0 = 0$$

er reelle, kommer løsningene i konjugatpar, altså at dersom w er en løsning, er også $\overline{w}$ en løsning.

8. La $n > 0$, og la z være en n-terot av et reelt tall. Er $\bar{z}$ også en n-terot av dette tallet?

9. Løs likningssystemene

a)

$$\begin{aligned} iz + w &= -1 \\ z + iw &= i. \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} (1-i)z + w &= 1 \\ z + iw &= 1 + i. \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned} w + u &= 1 \\ iz + w + u &= 1 + i. \end{aligned}$$