Øving 9

Oppgaver til kapittel 10

1. Finn matrisenes egenverdier og egenvektorer, og avgjør om matrisene er diagonaliserbare.

a) $\begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} 2 & 2 & 5 \\ 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$

d) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

e) $\begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 & 5 \\ 1 & 0 & 2 & 6 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$

f) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

g) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

h) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

2. Finn en formel for A^n og beregn A^{10}:

a) $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}$

b) $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 0 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$

3. Finn P og D slik at $A = PDP^{-1}$.

a) $A = \begin{bmatrix} 2 & 3-i \\ 3+i & 4 \end{bmatrix}$

b) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 6 & 2 \\ 2 & 2 & 6 \end{bmatrix}$

c) $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

d) $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$

4. La $T : \mathcal{P}_2 \to \mathcal{P}_2$ være lineærtransformasjonen som deriverer annengradspolynomer:

$$T(ax^2 + bx + c) = 2ax + b.$$

a) Finn matrisen A til T med hensyn på basisen $(1, x, x^2)$.

b) Finn egenverdiene og egenvektorene til A. Er A diagonaliserbar?

5. La T være en lineærtransformasjon som tilfredsstiller

$$T\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x_2 \\ x_1 \\ 3x_3 \end{pmatrix}$$

Er T diagonaliserbar?