1

Eksamensoppgave 1

Løys likningssystemet:

$$\begin{aligned} 3x - 2y + z &= 7 \\ x + y + 2z &= 4 \\ x - y - z &= 0 \end{aligned}$$

Svar: x = ____ , y = ____ , z = ____ .

Maks poeng: 1

2

Eksamensoppgave 2

Anta at redusert trappeform av totalmatrisa (den utvida matrisa) til eit likningssystem har forma:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & | & a \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{bmatrix}$$

Kor mange løysingar har systemet?

Vel eitt alternativ:

- Uendeleg mange.
- Ingen.
- Nøyaktig en.
- Det er avhengig av verdien til a.

Maks poeng: 1

3

Eksamensoppgave 3

For kva vektor $\vec{b}$ har systemet $A\vec{x} = \vec{b}$ ei løysing når

$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 6 \\ 0 & 3 & 6 \end{bmatrix}$?

Vel eitt alternativ:

- $\vec{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$
- $\vec{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$
- $\vec{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$
- $\vec{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$

Maks poeng: 1

4

Eksamensoppgave 4 og 5

La $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & a \\ 0 & 2 & 0 \\ a & 0 & -2 \end{bmatrix}$, kor $a \in \mathbb{C}$.

4) Kva er $\det A$?

Vel eitt alternativ

- $-4 - 2a$
- $-4 - 2a^2$
- $-4 + a^2$
- -4

5) For kva verdiar av $a \in \mathbb{C}$ er A ikkje inverterbar?

Vel eitt alternativ

- Ingen
- $a = \pm\sqrt{2}i$
- $2i \text{ og } i$
- $a = \pm\sqrt{2}$

Maks poeng: 2

5

Eksamensoppgave 6

La P være eit parallellogram med hjørne i $(1, 2), (3, 1), (-1, -2) \text{ og } (-3, -1)$.

Kva er arealet av parallellogrammet? Arealet er: ______ .

Maks poeng: 1

6

Eksamensoppgave 7 til 10

La $A\vec{x} = \vec{b}$ være eit likningssystem, kor A er ei $m \times n$ -matrise over $\mathbb{R}$. Er følgjande sant eller usant?

7) Dersom systemet har minst to løysingar, så har det uendeleg mange løysingar.

Vel eitt alternativ

- Sant
- Usant

8) Dersom $m = n$, så er det alltid nøyaktig ei løysing.

Vel eitt alternativ

- Sant
- Usant

9) Dersom A har to like rader, så har systemet ingen løysing.

Vel eitt alternativ

- Sant
- Usant

10) Dersom $m > n$, så finst alltid minst ei løysing.

Vel eitt alternativ

- Sant
- Usant

Maks poeng: 4

7

Eksamensoppgave 11 og 12

La $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$.

11) Kva er eigenverdiane til A?

Vel eitt alternativ

- 2 og 1 og 0
- 2 og $\frac{1}{2}$
- 2
- 1
- 2 og 1

12) Kva for av følgjande matriser P førar til at $P^{-1}AP$ er ei diagonalmatrise?

Vel eitt alternativ

- $P = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
- $P = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$
- $P = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$
- $P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

Maks poeng: 2

8

Eksamensoppgave 13

La $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ være lineærtransformasjonen som speiler ein vektor om x-aksen. Kva er eigenverdiane til T ?

Vel eitt alternativ

- 1 og 0
- ± 1
- T har ingen eigenverdiar
- $\pm i$
- 1 og 0 og -1

Maks poeng: 1

9

Eksamensoppgave 14

La $A = \begin{bmatrix} a & 0 & b \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a \end{bmatrix}$, kor $a, b \in \mathbb{R}$. Kva for av dei følgjande er sann?

Vel eitt alternativ

- A er diagonaliserbar for alle verdiar av a og $b \neq 0$
- A er ikkje diagonaliserbar for nokre verdiar av a og b
- A er diagonaliserbar for alle verdiar av a og $b = 0$
- A er diagonaliserbar for alle verdiar av a og b

Maks poeng: 1

10

Eksamensoppgave 15

Anta at A er ei invertibel matrise med eigenverdi $\lambda = 3$. Kva for av følgjande er sann?

Vel eitt alternativ

- A^{-1} har eigenverdi -3
- A^{-1} har eigenverdi 3
- Me kan ikkje seie noko om eigenverdiane til A^{-1}
- A^{-1} har eigenverdi $\frac{1}{3}$

Maks poeng: 1

11

Eksamensoppgave 16 til 20

La A være ei reell 3×3 -matrise og la B være ei kompleks 3×3 -matrise. Er følgjande sant eller usant for alle sånne matriser A og B ?

16) A har ingen komplekse eigenverdiar.

Vel eitt alternativ

- Sant
- Usant

17) B har minst ein reell eigenverdi.

Vel eitt alternativ

- Sant
- Usant

18) B er diagonaliserbar.

Vel eitt alternativ

- Sant
- Usant

19) A har minst ein reell eigenverdi.

Vel eitt alternativ

- Sant
- Usant

20) Dersom A er symmetrisk, har den kun reelle eigenverdiar.

Vel eitt alternativ

- Sant
- Usant

Maks poeng: 5

12 Eksamensoppgave 21 til 23

Er følgjande delmengder vektorrom?

21) $\left\{ \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^3 \;\middle|\; x = y \right\} \subseteq \mathbb{R}^3$

Vel eitt alternativ

- Ja
- Nei

22) $\left\{ \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^3 \;\middle|\; |x| = |y| \right\} \subseteq \mathbb{R}^3$

Vel eitt alternativ

- Ja
- Nei

23) $\left\{ p(x) = ax^2 + bx + c \in \mathcal{P}_2 \;\middle|\; p'(x) = 0 \right\} \subseteq \mathcal{P}_2$

Vel eitt alternativ

- Ja
- Nei

Maks poeng: 3

13

Eksamensoppgave 24 til 26

La A være ei 3×3 -matrise og la I_3 være 3×3 -identitetsmatrisa. Er følgjande funksjonar ein lineærtransformasjon?

24) $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3, \quad T(\vec{x}) = A\vec{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}.$

Vel eitt alternativ

- Ja
- Nei

25) $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3, \quad T(\vec{x}) = (A^2 + I_3)\vec{x}.$

Vel eitt alternativ

- Ja
- Nei

26) $T : \mathcal{P}_2 \to \mathcal{P}_2, \quad T(p(x)) = 2p'(x) + p(x) + 1$

Vel eitt alternativ

- Ja
- Nei

Maks poeng: 3

14

Eksamensoppgave 27 til 30

La V være eit vektorrom med $\dim V = n \geq 2$. Er følgjande påstandar sanne eller usanne?

27) Alle mengder av $n-1$ vektorar i V er lineært uavhengige.

Vel eitt alternativ

- Sant
- Usant

28) Alle mengder av $n+1$ vektorar i V er lineært avhengige.

Vel eitt alternativ

- Sant
- Usant

29) Det finst ingen injektiv lineærtransformasjon $T : V \to V$ sånn at $T^2 = 0$.

Vel eitt alternativ

- Sant
- Usant

30) Ein lineærtransformasjon $T : V \to V$ som oppfyller $T^2 = T$ må være injektiv.

Vel eitt alternativ

- Sant
- Usant

Maks poeng: 4

15 Eksamensoppgave 31 og 32

Ta utgangspunkt i datasettet som består av punkta $(-1,-1),(0,0)$ og $(1,2)$ i $\mathbb{R}^2$.

31) Kva linje passar best til punkta?

Vel eitt alternativ

- $y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$
- $y=3x+2$
- $y=\frac{3}{2}x+\frac{1}{3}$
- $y=2x+3$

32) Kva polynom av grad 2 går gjennom alle punkta?

Vel eitt alternativ

- $y=\frac{3}{2}x^2+\frac{1}{2}x$
- $y=\frac{3}{2}x^2+\frac{1}{2}$
- $y=\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}x$
- $y=\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}$

Maks poeng: 2

16

Eksamensoppgave 33 til 35

La $T : \mathcal{P}_2 \to \mathcal{P}_2$ være gitt ved $T(p(x)) = p'(x) + p''(x)$. La $\mathcal{B} = (1, x, x^2)$ være ein basis for $\mathcal{P}_2$.

33) Kva er $[T]_\mathcal{B}$?

Vel eitt alternativ

- $[T]_\mathcal{B} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
- $[T]_\mathcal{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
- $[T]_\mathcal{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$
- $[T]_\mathcal{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \end{bmatrix}$

34) Kva er dim Null T? Svar: ______ .

35) Kva for alternativ er sant?

Vel eitt alternativ

- 0, 1 og 2 er eigenverdiar for T
- 0 er einaste eigenverdi for T
- 1 og 2 er eigenverdiar for T
- T har ingen eigenverdiar

Maks poeng: 3

17

Eksamensoppgave 36

Ei løysing av $y'' - 4y' + 4y = 0$ oppfyller $y(0) = 0$ og $y'(0) = 1$.

Kva er $y(1)$? Svar: ______ . (Oppgi svaret med tre desimalar.)

Maks poeng: 1

18

Eksamensoppgave 37

La $\vec{y}$ være ei løysing av likninga $\vec{y}' = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \vec{y}$. Kva er $\lim_{t\to\infty} \vec{y}(t)$?

Vel eitt alternativ

- $\begin{bmatrix} \infty \\ \infty \end{bmatrix}$
- $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
- $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$
- $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$

Maks poeng: 1

19

Eksamensoppgave 38

La $z = a + bi$ være eit komplekst tal. Då finst det ikkje ein w sånn at $zw = 1$ dersom:

Vel eitt alternativ

- $a = 0 \text{ og } b = 0$
- $b = 0$
- $z \neq 0$
- $a = 0$

Maks poeng: 1

20

Eksamensoppgave 39

Å gange eit komplekst tal med $z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ er ein rotasjon med kor mange radianar?

Svar: ____ radianar. (Oppgi svaret med tre desimalar.)

Maks poeng: 1

21

Eksamensoppgave 40

Femteamanuensis Moreon Bulde må jobbe heime heile våren. Han kjedar seg, men likar å holde på med tal. Dessutan er han veldig glad i egg, og startar kvar dag med enten blautkokt, speilegg eller sjokoladeegg. Dagen etter sjokoladeegg vert det like ofte speilegg som blautkokt, men ALDRI sjokoladeegg to dagar på rad. Dagen etter enten speilegg eller blautkokt vert det akkurat det samme med 50% sannsyn, og ellers vert det sjokoladeegg. Korleis vert det i det lange løp?

Vel eitt alternativ

- Det vert oftast sjokoladeegg
- Det vert like ofte alle tre alternativa
- Det vert berre eggerøre kvar dag
- Det vert oftast speilegg

Maks poeng: 1