# Anbefalte oppgaver 1

## Oppgaver til kapittel 1

**1.** Beregn og merk av i det komplekse planet. Husk at det kan være lurt å bruke polar form.

**a)** $(1+\sqrt{3}i)^7$

**b)** $(1+i)\cdot(1+\sqrt{3}i)$

**c)** $(1+i)/(1+\sqrt{3}i)$

**d)** $(1+2i)\cdot(1-2i)$

**e)** $(1+2i)/(1-2i)$

**2.** Løs ligningene

**a)** $z^2-z+5=0$

**b)** $z^3=2i$

**c)** $z^4=2$

**d)** $z^5=2+2i$

**3.** La $z=a+bi$. Finn real- og imaginærdelen til

**a)** $z^4$

**b)** $\frac{1}{z}$

**c)** $\frac{z-1}{z+1}$

**d)** $\frac{1}{z^2}$

**4.** La $z=re^{i\theta}$, og gjenta oppgaven over.

**5.**

**a)** Finn alle løsninger av ligningen

$$z^3-3z^2+3z-1=0.$$

Skissér løsningene i det komplekse planet.

**b)** Finn alle løsninger av ligningen

$$z^3-3z^2+3z-2=0$$

ved å bruke svaret du fant i **a)**. Skissér løsningene i det komplekse planet.

**6.** Vis at dersom koeffisentene $a_i$ i polynomligningen

$$a_nz^n+a_{n-1}z^{n-1}+...+a_1z+a_0=0$$

er reelle, kommer løsningene i konjugatpar, altså at dersom $w$ er en løsning, er også $\overline{w}$ en løsning.

**7.** La $n>0$, og la $z$ være en $n$-terot av et reelt tall. Er $\bar{z}$ også en $n$-terot av dette tallet?

**8.** Noen artige polygoner.

**a)** Finn alle tredjerøttene til 1. Tegn en rett linje fra løsning til løsning, etter økende vinkel. Hva slags geometrisk figur er dette?

**b)** Repeter del **a)** for alle fjerderøttene til 1.

**c)** Repeter del **a)** for alle $n$-terøttene ($n\geq 3$) til 1.

**9.** La $z\neq 0$ og $w\neq 0$ være komplekse tall. Vis at $zw\neq 0$.

**10.** La $z$ og $w$ være komplekse tall. Bruk ulikheten

$$-|z|\leq \operatorname{Re} z\leq |z|$$

til å bevise trekantulikheten

$$|z+w|\leq |z|+|w|.$$

## Eksamensoppgaver

Høst 2017: Oppgave 1<br>
Vår 2018: Oppgave 1<br>
Kont 2018: Oppgave 1<br>
Kont 2019: Oppgave 1