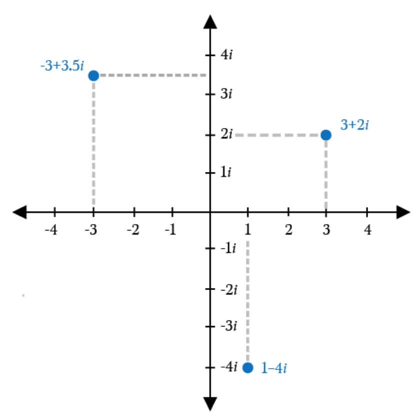
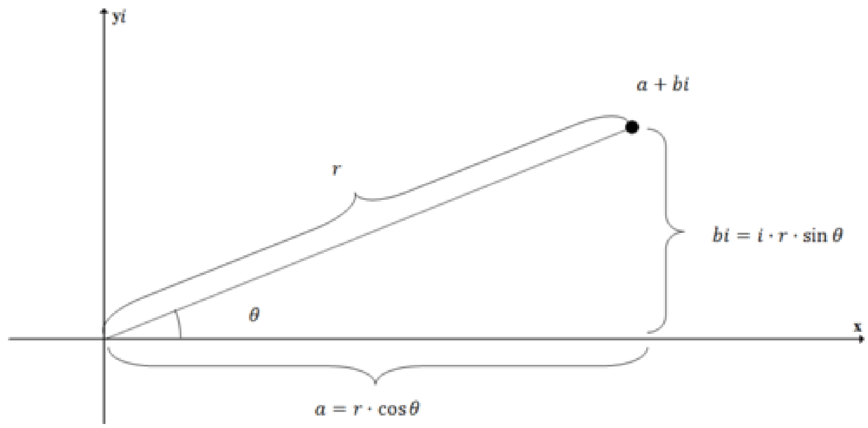
TMA4115 Øvingsforelesning 1

1 Komplekse tall

1.1 Oppstartsoppsummering

- Den imaginære enhet: Det magiske tallet i, der $i^2 = -1$.
- Komplekse tall på standard form: $a + bi$, der a, b er reelle (a, b kalles kartesiske koordinater)
- Regning med komplekse tall på standard form er som regning med reelle tall, men: $i^2 = -1$
- Polarkoordinater $r(\cos\theta + i\sin\theta) = re^{i\theta}$.
- θ er en **vinkel**, så $\theta = \theta + n2\pi$
- Omregning kartesisk og polar!
- Multiplikasjon enklere på polarform: $(re^{i\theta})(se^{i\theta'}) = (rs)e^{i(\theta+\theta')}$
- Algebraens fundamentalteorem: n.-gradspolynomer har n røtter.
- Vi skal kunne løse ligningen $z^n = c$, men ikke generelle n.-gradsligninger





1.2 OppstartsQuiz (med svar)

- $i^2 = -1$
- $i^4 = 1$
- $2e^{i\pi} = -2$
- $e^{i\pi/2} = i$
- $i(i+1) = -1 + i$
- En andregradsligning har alltid komplekse løsninger (Sant, husk at $\mathbb{R} \subset \mathbb{C}$)
- En andregradsligning har alltid to forskjellige komplekse løsninger (Usant, eksempel $x^2 - 2x + 1 = 0$)
- Ligningen $z^{27} = 1$ har 27 forskjellige løsninger (Sant)

1.3 Kort-oppgave1

Skriv om $1 + i$ til polarform $(= \sqrt(2)e^{i\pi/4}$

Beregn $(1+i)^{12} (= -64)$

1.4 Kort-oppgave 2

Finn alle løsningene av $z^2 - 4z + 5 = 0$ $(2 + i, 2 - i)$

Faktoriser $f(z) = z^2 - 4z + 5$, dvs finn z_1, z_2 slik at $f(z) = (z - z_1)(z - z_2)$. $(f(z) = (z - (2 + i))(z - (2 - i)))$

1.5 Lengre oppgaver

Eksamen vår 2017, oppgave 1:

(a) Finn alle løsninger av $z^3 = i$ og skissér de i det komplekse plan. Skriv løsningene både på polarform og standard form

(d) Vis at $z + \overline{z}$ og $z \cdot \overline{z}$ er reelle tall.

Eksamen vår 2020, oppgave 39:

Hvor mange løsninger har $z^2 + i\overline{z} = 0$?

La $n > 0$, og la z være en n-terot av et reelt tall. Er $\overline{z}$ også en n-terot av dette tallet?

Hva om z er n-terot av en vilkårlig komplekst tall?