Plenumsregning 1: Komplekse tall

# Ekstraoppgaver

## Oppgave 1

Beregn og merk av i det komplekse planet. Husk at det kan være lurt å bruke polarform.

b) $(1+i)∙(1+\sqrt{3}i)$

e) $\frac{1+2i}{1-2i}$



c) $\frac{1+i}{1+\sqrt{3}i}$



## Oppgave 3

La $z=a+bi$. Finn real- og imaginærdelen til

d) $\frac{1}{z^{2}}$

**TRIKS**: Gange med den konjugerte oppe og nede.

Husk: $z=x+yi ⇒ \overbar{z}=x-yi$

**Husk**: 3. kvadratsetning
$$(x+y)(x-y)=(x^{2}-y^{2})$$

## Oppgave 9

La $z\ne 0$ og $w\ne 0$ være komplekse tall. Vis at $zw\ne 0$.

# Innlevering 1 H2023 TMA4110

## Oppgave 6

Finn real- og imaginærdelen til $z=i^{3}+i^{i}.$

# Oppgave 8

Finn alle tredjerøttene til 1.

Tegn en rett linje fra løsning til løsning etter økende vinkel. Hvilken geometrisk figur er dette?

Algebraens fundamentalteorem

La $p\left(z\right)=c\_{n}z^{n}+c\_{n-1}z^{n-1}+…+c\_{1}z+c\_{0}, c\_{i}\in C.$

Da finnes komplekse tall $r\_{1}, r\_{2}, …, r\_{n}$ slik at

$$p\left(z\right)=c\_{n}\left(z-r\_{1}\right)\left(z-r\_{2}\right)…(z-r\_{n})$$

Dvs. et $n$-te gradspolynom har alltid $n$ komplekse røtter.

Vi ønsker altså å finne disse tredjerøttene:

|  |
| --- |
| **OPPSKRIFT**1. Skriv $z$ på polarform
2. Røttene er på formen$$z\_{k}=\sqrt[n]{r}e^{i(\frac{θ}{n}+\frac{2π}{n}k)}$$
3. Det er $n$ ulike komplekse røtter. For$ k=0, 1, 2, …, n-1$ regner vi ut vha. formelen over.
 |



Merk:

* $z\_{1}$ og $z\_{2}$ er hverandres komplekskonjugerte. Generelt er det slik at hvis alle koeffisientene $c\_{i}$ er relle og $r=a+ib$ er en rot, så er også og $\overbar{r}=a+ib$ en rot.
* $z\_{0}, z\_{1}, z\_{2}$ er ekvidistante. Generelt er det slik at de $n$ n-te røttene til et komplekst tall $z$ vil være punkter med lik avstand rundt sirkelen med radius lik $\left|z\right|^{\frac{1}{n}}$.

# Eksamen H2023 TMA4110

## Oppgave 3

Bestem alle komplekse løsningene til ligningen

$z^{3}-3z^{2}+6z-4=0$.

Skriv løsningene på polarform. *Hint: Klarer du å se én løsning direkte?*