Plenumsregning 3: Vektorligninger og matriser

# Kapittel 3: Vektorlikninger

## Oppgave 1

La $u=\left(\begin{matrix}3\\2\end{matrix}\right)$ og$v=\left(\begin{matrix}-1\\1\end{matrix}\right)$ være to vektorer i $R^{2}$.

1. Regn ut $u+v$ og $\frac{1}{2}u-2v$.
2. Tegn en figur som viser vektorene $u$, $v$, $u+v$ og $\frac{1}{2}u-2v$i planet.

## Oppgave 2

Finn ut om en vektor er en lineærkombinasjon av de andre:

$$\left(\begin{matrix}1\\2\end{matrix}\right) , \left(\begin{matrix}2\\3\end{matrix}\right) , \left(\begin{matrix}3\\4\end{matrix}\right)$$

## Oppgave 3

Finn en vektor som IKKE er en linærkombinasjon av:

$$\left(\begin{matrix}1\\5\\-3\end{matrix}\right) , \left(\begin{matrix}4\\18\\4\end{matrix}\right)$$

**Strategi 1**

1. Finne en vektor $x=(x\_{1}, x\_{2}, x\_{3})$ som ER en lin.komb. av $u$ og $v$
2. Endre én komponent i $x$ for å lage en ny vektor $y$
3. Verifisere at $y$ IKKE er en lin.komb. av $u$ og $v$



# Kapittel 4: Matriser

## Oppgave 1

La $A$ og $B$ være matriser, og $v$ en vektor:

$$A=\left[\begin{matrix}0&1&5\\2&3&-1\\-8&0&2\end{matrix}\right], B=\left[\begin{matrix}1&\begin{matrix}2&5\end{matrix}\\0&\begin{matrix}0&3\end{matrix}\end{matrix}\right], v=\left[\begin{matrix}7\\2\\-4\end{matrix}\right]$$

Regn ut eller forklar hvorfor uttrykkene ikke gir mening:

a) $AB$

b) $BA$

c) $v^{T}v$

**Generelt**

Gitt matriser (og vektorer) $A\_{r×k}$og $B\_{m×n}$, må $k=m$ for at vi skal kunne finne matriseproduktet $A∙B$.

## Oppgave 4

Bestem om matrisene er inverterbare, og finn om mulig den inverse matrisen.

1. $\left[\begin{matrix}1&7\\-1&1\end{matrix}\right]$

Def: La A være en $n×n$-matrise. En **invers** til $A$ er en $n×n$-matrise $B$ som er slik at $A · B = I\_{n} = B · A.$ En matrise er **inverterbar** hvis den har en invers.

**Fremgangsmåte**

1. Sett opp matrisen $\left(I\right)$
2. Utfør Gauss-Jordan eliminasjon til redusert trappeform
3. Matrisen til høyre er inversen

Eksamen vår 2019

## Oppgave 6

La $p(x)=3x^{2}-3x-6$, $q(x)=x^{2}-x-8$ og $r(x)=4x^{2}-9x+3$*.*

Avgjør om $r(x)$ kan skrives som en lineærkombinasjon av p(x) og q(x).

Eksamen vår 2018

## Oppgave 4

Anta at $a, b, c$ og $x, y, z$ er vilkårlige reelle tall.

1. Beregn matriseproduktet

$$\left[\begin{matrix}1&a&b\\0&1&c\\0&0&1\end{matrix}\right]\left[\begin{matrix}1&x&y\\0&1&z\\0&0&1\end{matrix}\right]$$

uttrykt ved $a, b, c$ og $x, y, z$.

1. Hva er den inverse til matrisen

$$\left[\begin{matrix}1&a&b\\0&1&c\\0&0&1\end{matrix}\right]$$

uttrykt ved $a, b, c?$

Ekstraoppgaver

## Oppgave 5

La $A$ være følgende matrise:

* Kan du finne et tall $c$ og en vektor $v$ (som ikke skal være nullvektoren) slik at$ Av=cv$?
* I så fall, for hvilke valg av $c$ eksisterer en slik ikke-null vektor?
* Kan du gi en geometrisk forklaring på hva som skjer når du multipliserer A med vektorene i de ulike tilfellene for $c$?