

# Plenumsregning 3: Vektorligninger og matriser

## Kapittel 3: Vektorlikninger

### Oppgave 1

La  $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$  og  $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$  være to vektorer i  $\mathbb{R}^2$ .

- Regn ut  $\mathbf{u} + \mathbf{v}$  og  $\frac{1}{2}\mathbf{u} - 2\mathbf{v}$ .
- Tegn en figur som viser vektorene  $\mathbf{u}$ ,  $\mathbf{v}$ ,  $\mathbf{u} + \mathbf{v}$  og  $\frac{1}{2}\mathbf{u} - 2\mathbf{v}$  i planet.

### Oppgave 2

Finn ut om en vektor er en lineærkombinasjon av de andre:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

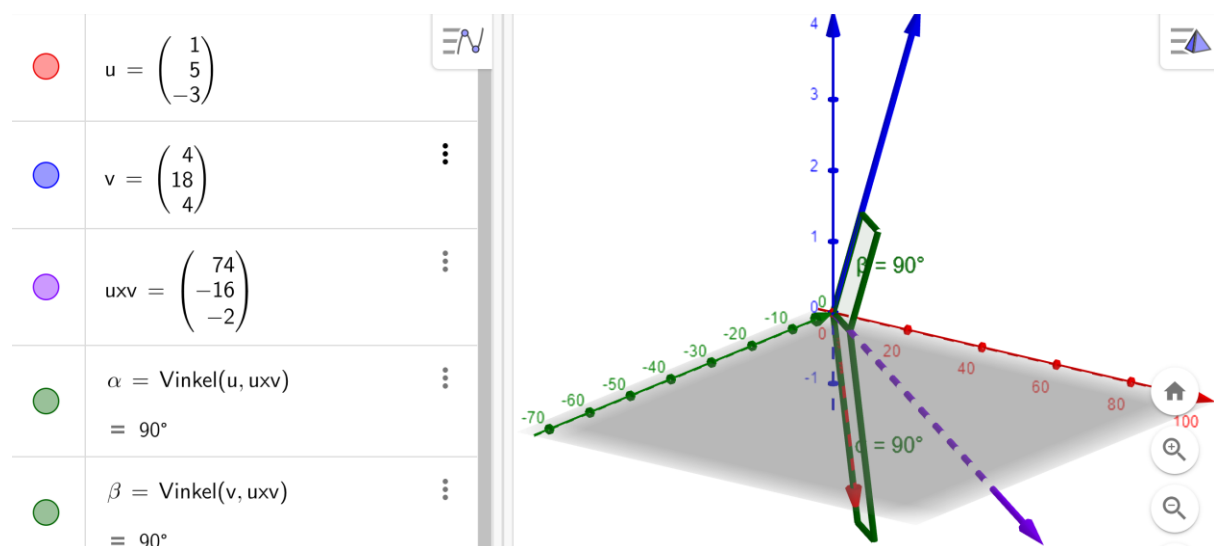
### Oppgave 3

Finn en vektor som IKKE er en linærkombinasjon av:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 18 \\ 4 \end{pmatrix}$$

**Strategi 1**

- 1) Finne en vektor  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)$  som ER en lin.komb. av  $\mathbf{u}$  og  $\mathbf{v}$
- 2) Endre én komponent i  $\mathbf{x}$  for å lage en ny vektor  $\mathbf{y}$
- 3) Verifisere at  $\mathbf{y}$  IKKE er en lin.komb. av  $\mathbf{u}$  og  $\mathbf{v}$



## Kapittel 4: Matriser

## Oppgave 1

La  $A$  og  $B$  være matriser, og  $\boldsymbol{v}$  en vektor:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 2 & 3 & -1 \\ -8 & 0 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}, \boldsymbol{v} = \begin{bmatrix} 7 \\ 2 \\ -4 \end{bmatrix}$$

Regn ut eller forklar hvorfor uttrykkene ikke gir mening:

a)  $AB$

b)  $BA$

c)  $\boldsymbol{v}^T \boldsymbol{v}$

**Generelt**

Gitt matriser (og vektorer)  $A_{r \times k}$  og  $B_{m \times n}$ , må  $k = m$  for at vi skal kunne finne matriseproduktet  $A \cdot B$ .

## Oppgave 4

Bestem om matrisene er inverterbare, og finn om mulig den inverse matrisen.

a)  $\begin{bmatrix} 1 & 7 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$

Def: La  $A$  være en  $n \times n$ -matrise. En **invers** til  $A$  er en  $n \times n$ -matrise  $B$  som er slik at  $A \cdot B = I_n = B \cdot A$ . En matrise er **inverterbar** hvis den har en

**Fremgangsmåte**

- 1) Sett opp matrisen  $(A|I)$
- 2) Utfør Gauss-Jordan eliminasjon til redusert trappeform
- 3) Matrisen til høyre er inversen

## Eksamen vår 2019

### Oppgave 6

La  $p(x) = 3x^2 - 3x - 6$ ,  $q(x) = x^2 - x - 8$  og  $r(x) = 4x^2 - 9x + 3$ .

Avgjør om  $r(x)$  kan skrives som en lineærkombinasjon av  $p(x)$  og  $q(x)$ .

## Eksamen vår 2018

## Oppgave 4

Anta at  $a, b, c$  og  $x, y, z$  er vilkårlige reelle tall.

a) Beregn matriseproduktet

$$\begin{bmatrix} 1 & a & b \\ 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & x & y \\ 0 & 1 & z \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

uttrykt ved  $a, b, c$  og  $x, y, z$ .

b) Hva er den inverse til matrisen

$$\begin{bmatrix} 1 & a & b \\ 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

uttrykt ved  $a, b, c$ ?

## Ekstraoppgaver

### Oppgave 5

La  $A$  være følgende matrise:

- Kan du finne et tall  $c$  og en vektor  $\boldsymbol{v}$  (som ikke skal være nullvektoren) slik at  $A\boldsymbol{v} = c\boldsymbol{v}$ ?
- I så fall, for hvilke valg av  $c$  eksisterer en slik ikke-null vektor?
- Kan du gi en geometrisk forklaring på hva som skjer når du multipliserer  $A$  med vektorene i de ulike tilfellene for  $c$ ?

