Plenumsregning 5: Vektorrom

# Ekstraoppgaver

## Oppgave 1

Svar med begrunnelse på følgende spørsmål:

1. Er mengden av alle løsninger i av likningen

et underrom av ?

Definisjon

 mengde. To operasjoner:

1. Addisjon av vektorer:
2. Skalarmultiplikasjon:

For at skal være et ***vektorrom***, må være:

* Lukket under addisjon
* Lukket under skalarmultiplikasjon

I tillegg må vektoraksiomene (V1-V8) være oppfylt.

Definisjon
Teorem 7.9

Et ***underrom*** av et vektorrom er en *delmengde*  som i seg selv utgjør et *vektorrom*, med addisjon og skalarmultiplikasjon definert på samme måte som i .

For , er et *underrom* av dersom

1. Nullvektoren i ligger i
2. (lukket under addisjon)
3. skalar (lukket under skalarmultiplikasjon)

1. Er mengden av alle løsninger i av likningen

et underrom av ?

## Oppgave 2

La være et vektorrom, og la og være to underrom av . Hvilke av følgende påstander kan vi da konkludere med?

1. Unionen er et underrom av .

Merk:

* For å vise at en påstand stemmer, må vi vise at den holder for alle mulige tilfeller.
* For å vise at en påstand IKKE stemmer, er det nok å finne ett moteksempel.


## Oppgave 7

La være et vektorrom. Vis at følgende påstander følger fra vektoraksiomene.



1. Hvis for tre vektorer , , og i , så følger det at =.

## Oppgave 10

1. Finn en basis for  Vis at det faktisk er en basis.

Definisjon

En **basis** for et vektorrom er en mengde

vektorer i som oppfyller følgende betingelser:

1. Vektorene spenner ut V, dvs. S.
2. Vekorene er lineært uavhengige, dvs. for skalarer.

1. Hva er koordinatene til polynomet i basisen du fant for ?

# Eksamen Kont 2019

## Oppgave 2

La være en reell -matrise.

1. Skriv ned definisjonen på nullrommet til . Vis at nullrommet er et underrom av . Vi ser på matrisen

Definisjon

**Nullrommet** til en reell -matrise er løsningsmengden til likningen altså delmengden:

av .

1. Ligger

 eller

I nullrommet til ? Finn en basis for og en basis for Bestem dimensjonen på disse underrommene.

**Gjøreliste**:

1. Basis for
2. Basis for

<

Definisjon

**Kolonnerommet** til en reell -matrise

er underrommet av utspent av kolonnene i :

**Fremgangsmåte:**

1. Gauss-eliminer .
2. Finn pivotelementer.
3. Kolonnene i som har ledende enere i den reduserte formen danner en basis for .

Definisjon

 endeligdimensjonalt vektorrom. Vi definerer ***dimensjonen*** til , , som antall vektorer i en basis for . Hvis er en basis for har vi altså

 = .

Teorem 7.27

La være en *-*matrise. Da er

## Oppgave 12

La være en -matrise hvor . Hvilke av følgende påstander kan vi da konkludere med?