

Plenumsregning 14: Oppsummering

Eksamen vår 2023

Oppgave 8

Finn matrisen A som tilfredsstiller likningen

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & -1 \end{bmatrix} A \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Eksamen kont 2023

Oppgave 2

Regn ut $\operatorname{Re} z$ og $\operatorname{Im} z$ når

$$z = i(\sqrt{2} + i\sqrt{2})^4 - 3e^{\frac{\pi}{2}i}$$

Oppgave 3

La

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -1 & 3 & -9 \\ 2 & -1 & 8 \end{bmatrix}$$

- Finn en basis for $\text{Col } A$ og $\text{Null } A$.
- Har systemet

$$A\mathbf{x} = \mathbf{b}$$

Løsning for enhver $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^3$? Hvis det har en løsning for en spesifikk $\mathbf{b}$, er denne løsningen da unik? Begrunn svaret.

Definisjon

Kolonnerommet til en reell $m \times n$ -matrise

$$A = [\mathbf{a}_1 \quad \mathbf{a}_2 \quad \dots \quad \mathbf{a}_n]$$

er underrommet av $\mathbb{R}^m$ utspent av kolonnene i A :

$$\text{C}(A) = \text{span}\{\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_n\}$$

Eksamen vår 2023

Oppgave 5 (forkortet)

- Finn egenverdiene til

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1/2 & 1/2 \end{bmatrix}$$

Når det er kjent at $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ og $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ er egenvektorer.

Eksamen kont 2023

Oppgave 8

Benytt minste kvadraters metode til å finne andregradspolynomet

$$p(x) = ax^2 + bx + c$$

som minimerer avstanden til datapunktene

x	-1	0	1	2
y	1	-2	0	5

(Det vil si, finn a, b og c).

Eksamen vår 2023

Oppgave 9

La

$$P_2(\mathbb{R}) = \{p(x) = ax^2 + bx + c \text{ for koeffisienter } a, b, c \in \mathbb{R}\}$$

være vektorrommet av reelle polynomer av grad høyst 2.

- Vis at $T: P_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^3$ definert ved

$$T(p) = \begin{bmatrix} p(0) \\ p'(1) \\ p''(2) \end{bmatrix} \quad (p'(x) = \frac{dp}{dx}(x), \quad p''(x) = \frac{d^2p}{dx^2}(x))$$

er en lineærtransformasjon og

- bestem $\ker T$.

Eksamen kont 2023

Oppgave 9

La $M_{n \times n}(\mathbb{R})$ betegne vektorrommet av reelle $n \times n$ -matriser og la

$$S_n = \{A \in M_{n \times n}(\mathbb{R}) : A^\top = A\} \quad (A^\top \text{ er den transponerte av } A)$$

- Bestem en basis for S_n når $n = 2$.
- Finn $\dim S_n$ for alle $n \in \mathbb{N}$.

