

KZ 5.2:*Laplacetransformasjon av deriverte*

$$\mathcal{L}[f'(t)] = s\mathcal{L}[f(t)] - f(0)$$

Krav er at Laplacetransformasjonen av $f(t)$ må være definert, samt at $f(t)$ er deriverbar, der den deriverte er stykkevis kontinuert. Beviset ble gjort ved delvis integrasjon.

Dette generaliseres til

$$\mathcal{L}[f^{(n)}(t)] = s^n \mathcal{L}[f(t)] - s^{n-1} f^{(0)}(0) - s^{n-2} f^{(1)}(0) \dots - s^0 f^{(n-1)}(0)$$

Differensiallikninger

Diff.likninger av typen

$$y''(t) + ay'(t) + by(t) = r(t) \quad y(0) = K_0, y'(0) = K_2$$

løses ved Laplacetransformasjon

$$s^2 Y(s) - sK_0 - K_1 + a(sY(s) - K_0) + bY(s) = R(s)$$

og løse ut for $Y(s)$.

Merk: siden Laplacetransformasjonen er *entydig*, vil invers transformasjon gi løsning av diff.likninga.

Laplacetransformasjon av integral

$$\mathcal{L}\left[\int_0^t f(\tau) d\tau\right] = \frac{1}{s} \mathcal{L}[f(t)]$$

Beviset bruker Laplacetransformen av den deriverte. Men: vi må først vise eksistens.

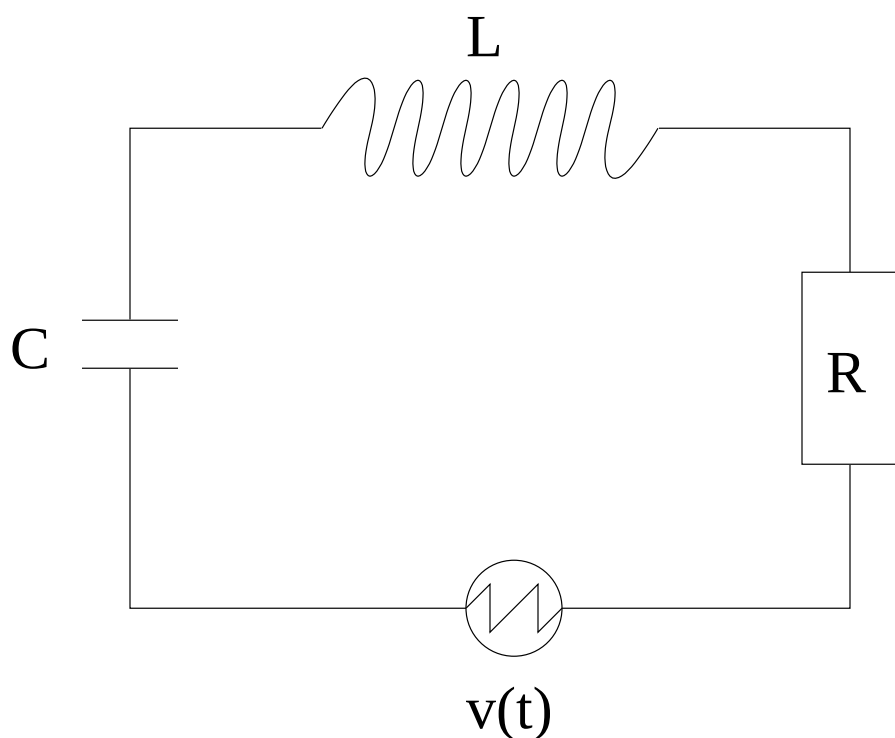
Motivasjon:

ønsker å kunne behandle mer generelle diff.likninger.

Eksempel:

Diff.likning for RLC-krets

$$Li'(t) + Ri(t) + \frac{1}{C} \int_0^t i(\tau) d\tau = v(t)$$



Tidligere løsningsmetode: deriver likninga mhp. t , og løs en andreordens diff.likning.

Metode nå: Laplacetransformer likninga.

Krever ikke at $v(t)$ er deriverbar!

Tekniske triks nødvendig for å bruke tabell til invers transformasjon.