Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

MIDTSEMESTERPRØVE I TMA4120 MATEMATIKK 4K

Mandag 13. oktober 2003
Kl. 08.15 - 10.00 i aud. S8

Hjelpemidler: Rottmann & godkjent kalkulator (HP30S).

Oppgave 1 Løs differensialligningen

$$y''(t) + y(t) = \begin{cases} 0, & \text{da } 0 \leq t \leq 1, \\ t-1, & \text{da } t \geq 1 \end{cases}$$

med initialbetingelsene $y(0) = y'(0) = 0$. Hint: Laplace!

Oppgave 2 Finn Fouriertransformen

$$\hat{f}(\omega) = \mathcal{F}\{e^{-|2x-1|}\}$$

til funksjonen $f(x) = e^{-|2x-1|}, \quad -\infty < x < \infty$.

Oppgave 3 Ligningen $u_{tt} = c^2 u_{xx}$ har løsningen

$$u(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(cnt) \sin(nx).$$

Man vet at $u(x,0) = \sin^3(x)$, da $0 \leq x \leq \pi$. Bestem koeffisientene A_n.

Formler

$$e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta, \qquad \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2}\,dx = \sqrt{\pi}$$

$$\sin^3(x) = \frac{3}{4}\sin(x) - \frac{1}{4}\sin(3x)$$

$$\cos^3(x) = \frac{3}{4}\cos(x) + \frac{1}{4}\cos(3x)$$

$$\mathcal{F}\{e^{-|x|}\} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{1}{1+\omega^2}$$