Repetisjon av Fourieranalyse

Periodiske funksjoner

Funksjoner $f(x)$ som oppfyller

$$f(x+p) = f(x)$$

Tallet $p > 0$ kalles *perioden*. Kan utvikle $f(x)$ i Fourierrekke

$$f(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos \tfrac{2n\pi x}{p} + b_n \sin \tfrac{2n\pi x}{p}\right) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \, \mathrm{e}^{i2n\pi x/p}$$

med koeffisienter

$$a_0 = \tfrac{1}{p} \int_{x_0}^{x_0+p} f(x) \, \mathrm{d}x, \qquad a_n = \tfrac{2}{p} \int_{x_0}^{x_0+p} f(x) \cos \tfrac{2n\pi x}{p} \, \mathrm{d}x,$$

$$b_n = \tfrac{2}{p} \int_{x_0}^{x_0+p} f(x) \sin \tfrac{2n\pi x}{p} \, \mathrm{d}x, \quad c_n = \tfrac{1}{p} \int_{x_0}^{x_0+p} f(x) \, \mathrm{e}^{-i2n\pi x/p} \, \mathrm{d}x$$

med x_0 vilkårlig (ofte $x_0 = -p/2$).

Like og odde funksjoner

- Like funksjon: $f(-x) = f(x)$. Fouriercosinusrekke

$$f(x) = a_0 + \sum_{n=0}^{\infty} a_n \cos \tfrac{2n\pi x}{p} \quad (b_n = 0, n \geq 1).$$

- Odde funksjon: $f(-x) = -f(x)$. Fouriersinusrekke

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} b_n \sin \tfrac{2n\pi x}{p} \quad (a_n = 0, n \geq 0).$$