PRØVEEKSAMEN I TMA4120 MATEMATIKK 4K, H-05

For hver oppgave gjelder: riktig avkryssing gir 1 poeng, gal avkryssing gir 0 poeng, og mer enn en avkryssing gir 0 poeng.

Oppgave 1. Hva er den inverse Laplacetransformen til $F(s) = \frac{e^{-\pi s}}{s(s^2+4)}$?

a) $\frac{1+\cos 2t}{4}\, u(t-\pi)$
b) $\frac{1-\cos 2t}{4}\, u(t-\pi)$
c) $\frac{1}{2} u(t-\pi)\sin 2t$
d) $\frac{1}{2} u(t-\pi)\sin(2t-\pi)$
e) $\frac{1}{2}\delta(t-\pi)\sin 2t$
f) $\frac{1}{4}\delta(t-\pi)\cos 2(t-\pi)$

Oppgave 2. La $a_0 + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n \cos nx + b_n \sin nx)$ være Fourierrekken til den periodiske funksjonen f med periode 2π gitt ved $f(x) = \sin|x|$ for $-\pi < x < \pi$. Finn a_8.

a) $-\frac{4}{63\pi}$ b) $-\frac{36}{63\pi}$ c) 0 d) $\frac{1}{7\pi}$ e) $\frac{2}{9\pi}$ f) $\frac{2}{63\pi}$

Oppgave 3. Ifølge tabell er $\mathcal{F}(e^{-ax^2}) = \frac{1}{\sqrt{2a}} e^{-\omega^2/4a}$ for $a > 0$. Finn $\mathcal{F}^{-1}(\omega^2 e^{-\omega^2/4})$.

a) e^{-x^2} b) $-2\sqrt{2}(2x^2-1)e^{-x^2}$ c) $-e^{-x^2}$
d) $-\frac{1}{2}(x^2-2)e^{-x^2/4}$ e) $2\sqrt{2}(2x^2-1)e^{-x^2}$ f) $\frac{1}{2}(x^2-2)e^{-x^2/4}$

4. Ved separasjon av de variable i en partiell differensialligning med randbetingelser er man kommet frem til de to ordinære differensialligningene

$$F'' = kF \quad \text{og} \quad \ddot{G} = 9kG$$

med randbetingelsene $F(0) = 0$, $F(2) = 0$. Hvilken funksjon $u(x,t)$ nedenfor er **ikke** løsning av opprinnelig ligning og randbetingelser?

a) $u(x,t) = (\cos 3\pi t - \sin 3\pi t) \sin \pi x$
b) $u(x,t) = 2\cos \pi t \sin \frac{\pi x}{3}$
c) $u(x,t) = (\cos(-3\pi t) - \sin(-3\pi t)) \sin \pi x$
d) $u(x,t) = 0$
e) $u(x,t) = 3\sin 6\pi t \sin 2\pi x$
f) $u(x,t) = (8\cos 12\pi t - \sin 12\pi t) \sin 4\pi x$

Oppgave 5. Ved å separere de variable i differensialligningen $u_t + u_x = \pi\, u_{xxx}$ får vi:

a) $F''' = kF, \quad \dot{G} = kG$
b) $\pi\, F''' - F' - kF = 0, \quad \dot{G} - ckG = 0$
c) $F\dot{G} + F'G = \pi F''G$
d) $kF + cF' = \sqrt{\pi}F''', \quad k\dot{G} + cG = \sqrt{\pi}G$
e) $F\dot{G} + F'G = k, \quad \pi F'''G = k$
f) $\pi\, F''' - F' = kF, \quad \dot{G} = kG$

Oppgave 6. Hvilken funksjon nedenfor er en odde periodisk funksjon med periode 2?

a) $f(x) = \sinh x$
b) $f(x) = \sin x$
c) $f(x) = 3(\cos x)^3 \sin x$
d) $f(x) = \sin 4\pi x(\cos 2\pi x)^3$
e) $f(x) = \cosh x$ for $-1 < x < 1$, $f(x+2) = f(x)$ for alle x
f) $f(x) = \sin \pi x \cosh \pi x$