

Utsatt midtsemesterpøve i TMA4120 Matematikk 4K, NTNU  
15.11.2005

Godkjente hjelpemidler: Rottmanns formelsamling, enkel kalkulator.

For hver oppgave gjelder: riktig avkryssning gir 1 poeng, gal avkryssning gir 0 poeng, mer enn en avkryssning gir 0 poeng.

**Oppgave 1.** Hva er Laplacetransformen til  $f(t) = \begin{cases} 1 - e^{-t} & \text{for } 0 < t < 2 \\ 0 & \text{for } t > 2 \end{cases}$

- a)  $(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+1})e^{-2s}$       b)  $\frac{1 - e^{-2s}}{s} - \frac{1 - e^{-2(s+1)}}{s+1}$   
c)  $\frac{1 - e^2}{s+1} e^{-2s}$       d)  $\frac{e^{-2s}}{s} - \frac{e^{-2(s+1)}}{s+1}$   
e)  $\frac{e^{-2s}}{s} - \frac{e^{-2s}}{s+1} e^2$       f)  $\frac{e^{-2s}}{s(s+1)}$

**Oppgave 2.** La  $a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos \frac{n\pi x}{L} + b_n \sin \frac{n\pi x}{L})$  være Fourierrekken til den periodiske funksjonen  $f$  med periode 2 gitt ved  $f(x) = |x| + x$  for  $-1 < x < 1$ . Finn  $b_4$ .

- a) 2      b) 0      c)  $\frac{1}{2}$       d)  $-\frac{1}{4}$       e)  $-\frac{1}{2\pi}$       f)  $\frac{1}{4\pi^2}$

**Oppgave 3.** Den periodiske funksjonen  $f$  gitt ved

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{for } -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \\ -1 & \text{for } \frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2} \end{cases} \quad f(x + 2\pi) = f(x)$$

har Fourierrekken

$$\frac{4}{\pi} (\cos x - \frac{\cos 3x}{3} + \frac{\cos 5x}{5} - \dots) = \frac{4}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \cos(2n+1)x}{2n+1}$$

Finn summen av rekken  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1}$ .

- a) 0      b)  $\frac{1}{2}$       c)  $\cos \frac{1}{2}$       d)  $\frac{\pi}{4}$       e)  $\frac{\pi}{8}$       f)  $\frac{\pi^2}{8}$

**Oppgave 4.** Hvilken av funksjonene nedenfor er **ikke** en løsning av den partielle differensialligningen  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$  ?

- a) 0   b)  $xy$    c)  $\ln(x^2 + y^2)$    d)  $e^x \sin y$    e)  $x^3 - 3xy^2$    f)  $y \ln(1 + x^2)$

**Oppgave 5.** Ved å separere de variable i den partielle differensialligningen  $u_{xx} - u_x + 3u_y = 0$  får man:

- a)  $F'' - F' = k, \quad \dot{G} = k$                       b)  $F'' - F' = kF, \quad 3\dot{G} = -kG$   
 c)  $F'' = F' + kF, \quad \dot{G} = kG$                       d)  $F'' = F' + kF, \quad \ddot{G} = cG$   
 e)  $F''G - F'\dot{G} + 3F\dot{G} = -3\dot{G}$                       f)  $F'' - F' = -3\dot{G}$

**Oppgave 6.** Hvilken funksjon nedenfor er verken jevn eller odde?

- a)  $f(x) = |x^3|$       b)  $f(x) = 3x^5 \cos 4x$       c)  $f(x) = e^{-|x|} \sinh x$   
 d)  $f(x) = 0$       e)  $f(x) = \ln(1 + x^2)$       f)  $f(x) = \ln(1 + x^3)$